

ESTUDO EXPERIMENTAL

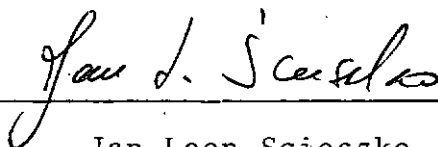
DE UM

EXCITADOR DE VIBRAÇÕES

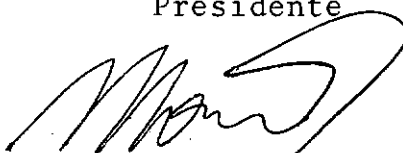
LUIS BARTOLOMÉ RIVERA MORÁN

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA-
NEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

Aprovada por:



... Jan Leon Scieszko
Presidente



Moysés Zindeluk



Luiz Bevilacqua

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

AGOSTO DE 1979

MORÁN, LUIS BARTOLOME RIVERA

Estudo Experimental de um Excitador de Vibrações
(Rio de Janeiro) 1979.

XI, 201p. 29,7cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia
Mecânica, 1979)

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro. Fac. Engenharia

1. Desenvolvimento de um modelo experimental que per-
mite o estudo de um excitador de vibrações.

I. COPPE/UFRJ

II. Título(série).

AGRADECIMIENTOS

1. A Dios
A mi familia
A la Patria
2. A la COPPE/UFRJ por su valiosa cooperación; personificada
en el departamento de Ingeniería Mecánica
3. Al professor JAN LEON SCIESZKO por su orientación, asis-
tencia y estímulo que me ofreció para la realización de
éste trabajo
4. Finalmente, a todos aquellos que de una ó otra forma con-
tribuyeron para tornar posible el desenvolvimiento y fina-
lización del mismo.

SINOPSE

Neste trabalho desenvolveu-se um protótipo com o qual é possível estudar um excitador de vibrações.

Obteve-se, como estrutura do modelo, duas partes básicas (alto-falante e adição mecânica), as quais, conjuntamente, permitem estabelecer as características principais no que se refere à construção física do referido excitador.

Construído e montado o referido modelo, realizou-se uma série de medidas com o objetivo de simular o modelo matemático já existente. Feito isto, encontrou-se os valores que era necessário conhecer para poder provar os dados obtidos teoricamente. Tal modelo só possui um grau de liberdade; ao mesmo tempo obteve-se resultados, relacionando entre outros: amplitude, frequência, ângulo de fase-frequência, relações elétricas, etc...

Basicamente, para se obter todas as medidas de vibração e demais inerentes, utilizou-se o seguinte:

- a) Foto-resistor altamente sensível, capaz de detetar deslocamentos da ordem de micra;
- b) Equipamentos para registrar os sinais provenientes do foto-resistor;
- c) Equipamentos e aparelhos adicionais que simulam um comportamento, tais como: amplificador e gerador de sinais.

Depois de concluído este trabalho, os resultados satisfactórios mostram a viabilidade do modelo e do método.

ABSTRACT

This work developed a prototype with which it's possible to study an excitator of vibrations.

As structure of the model, two basic parts (loudspeaker and mechanical addition) were got which together allow us to establish the main characteristics in what concerns to the referred excitator.

Built and installed the referred model, several standards were taken in order to simulate the mathematical model, already made. After this, they were found values which it was necessary to know in order can prove the data obtained theoretically. Such model has only a degree of liberty; at the same time results were got such as: amplitude, frequency, angle of phase-frequency, electrical connections, and so on.

Essentially, to get all the standards of vibration and the moreover inherent, it was used the following:

- a) Photoresistor: highly sensitive, able to detect displacements of the order of micra;
- b) Equipments to register the signals from the photoresistor;
- c) Equipments and additional apparatus which simulate a behaviour, such as: amplifier, signals generator.

After finished this work, the agreeable results show the feasibility of the model and method.

RESUMEN

En este trabajo se desarrolló un prototipo con el cual es posible estudiar un excitador de vibraciones.

Se obtuvo, como estructura del modelo, dos partes básicas (altoparlante y adición mecánica), las cuales, con juntamente, permiten establecer las características principales en lo que se refiere a la construcción física de el referido excitador.

Construido y montado el referido modelo, se realizaron una serie de medidas con el objetivo de simular el modelo matemático ya existente.

Hecho esto, se encontraron los valores que era necesario conocer para poder probar los datos obtenidos teóricamente.

Dicho modelo solo posee un grado de libertad, al mismo tiempo se obtuvieron resultados, relacionando entre otros: Amplitud-Frecuencia, Ángulo de Fase-Frecuencia, Relaciones Electricas, etc...

Basicamente, para poderse obtener todas las meda de vibración y demás inherentes, se utilizó lo siguiente:

- a) Foto-Resistor altamente sensible, capaz de detectar desplazamientos del orden de micra.
- b) Equipos para registrar las señales provenientes del Foto-Resistor.
- c) Equipos y aparatos adicionales que simulam

IX

un comportamiento, tales como:

Amplificador y Generador de Señales.

Después de concluido este trabajo, los resultados satisfactorios muestran la viabilidad del modelo y método.

I N D I C E

<u>Capítulos</u>	<u>Páginas</u>
I INTRODUCCIÓN	1
.1. Objetivo	1
.2. Descripción del Tipo de Excitadores	2
.3. Utilidades	3
.4. Restricciones	3
.5. Consideraciones Físico-Matemáticas del Proto tipo a ser Utilizado	7
II MODELO MATEMÁTICO	16
.1. Desarrollo	16
.2. Medidas ó Grandezas que es Necesario Hacer	23
.3. Resultados Obtenidos Teóricamente	25
.4. Relaciones	27
.5. Caso de Dos Grados de Libertad	34
III PROTOTIPO UTILIZADO	42
.1. Descripción General	42
.2. Construcción Y Montaje	43
.3. Cálculo de la Suspensión	60
IV BANCA DE TRABAJO	68
.1. Introducción	68
.2. Descripción del Fotorresistor	68
.3. Relación Amplitud-Frecuencia	73
.4. Calibración	74

	.5. Discusión de Errores	90
V	MEDIDAS	95
	.1. Introducción	95
	.2. Circuito Eléctrico y Lectura de la Amplitud	95
	.3. Ángulo de Fase	99
	.4. Obtención de Datos (M, ξ, K, C, F_0)	102
	.5. Cálculo del Valor de K (Verificación)	119
	.6. Cálculo del Valor de C (Verificación)	125
	.7. Influencia de la Resistencia, Capacitor y Cálculos Adicionales	137
	.8. Medidas Eléctricas	141
	.9. Medida de R_a	144
	.10. Medida de L_a	146
	.11. Medida de (V_{max}/R_a)	150
	.12. Generalidades	153
VI	COMPARACIÓN DE RESULTADOS	157
	.1. Conclusión de la Comparación de Resultados.	157
VII	CONCLUSIÓN DEL TRABAJO	164
	BIBLIOGRAFIA	169
	APÉNDICE I	171
	APÉNDICE II	189
	APÉNDICE III	200

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

I.1. Objetivo

El presente trabajo pretende ser una contribución al estudio de un excitador de vibraciones que posee un solo grado de libertad.

Con lo anterior nos estamos refiriendo al hecho de que bajo un modelo matemático ya existente se pretende entre otras cosas, encontrar factores de construcción y por consiguiente relaciones útiles que servirán para un futuro proyecto similar al desarrollado.

A modo introductorio podemos enunciar, algunos de los aspectos interesantes, por ejemplo

¿ Qué tipo de relaciones amplitud-frecuencia se hallarán?

¿ Qué influencia tendrá una determinada corriente, como factor constructivo?

¿ Será que cualitativamente cambiarán los factores constructivos, cuando es alterada la masa adicional que sirve de contraparte?

¿ Cuales realmente son los factores constructivos que nos interesan?

Como se enuncia, el modelo matemático es simplemente la ecuación de movimiento que rige un comportamiento de un grado de libertad.

Ahora, en este caso dicha ecuación es estudiada en su forma equivalente osea aplicada a un excitador.

I.2. Descripción del Tipo de Excitadores

Existen una serie de excitadores, entre los cuales podríamos mencionar:

- Hidráulicos
- Pneumáticos
- Eléctricos
- Mecánicos

El presente trabajo se basa en uno electro mecánico.

I.3. Utilidades

Vamos a intentar entonces desarrollar un circuito equivalente que pueda ser aplicado para un dispositivo físico tal como el mostrado en la figura nº (1).

Este tipo de transductor es usado en altoparlantes, micrófonos, elementos de servomecanismos y para alta potencia de niveles en equipos medidores de vibración tales como tablas vibradoras para pruebas ambientales de aeronaves, componentes espaciales y sistemas.

I.4. Restricciones

Para simplificar el análisis se asumen una serie de restricciones, todas ellas encontradas físicamente (aunque no siempre en forma práctica) por el establecimiento de ciertas operaciones restrictivas sobre un esquema físico disponible:

Las restricciones son:

1. Material magnético lineal, conseguido por operación para un flujo bajo de densidad.

2. Despreciable corriente de remolino, conseguida por uso de un núcleo de material magnético laminado. Esto no se usa mucho en un esquema como el de la figura nº (1) en realidad la necesidad de la bobina estacionaria es frecuentemente eliminada por uso de un núcleo magnético permanente.

3. Efecto despreciable de Histéresis. La presencia de una garganta de aire (air-gap) usualmente asegura esto.

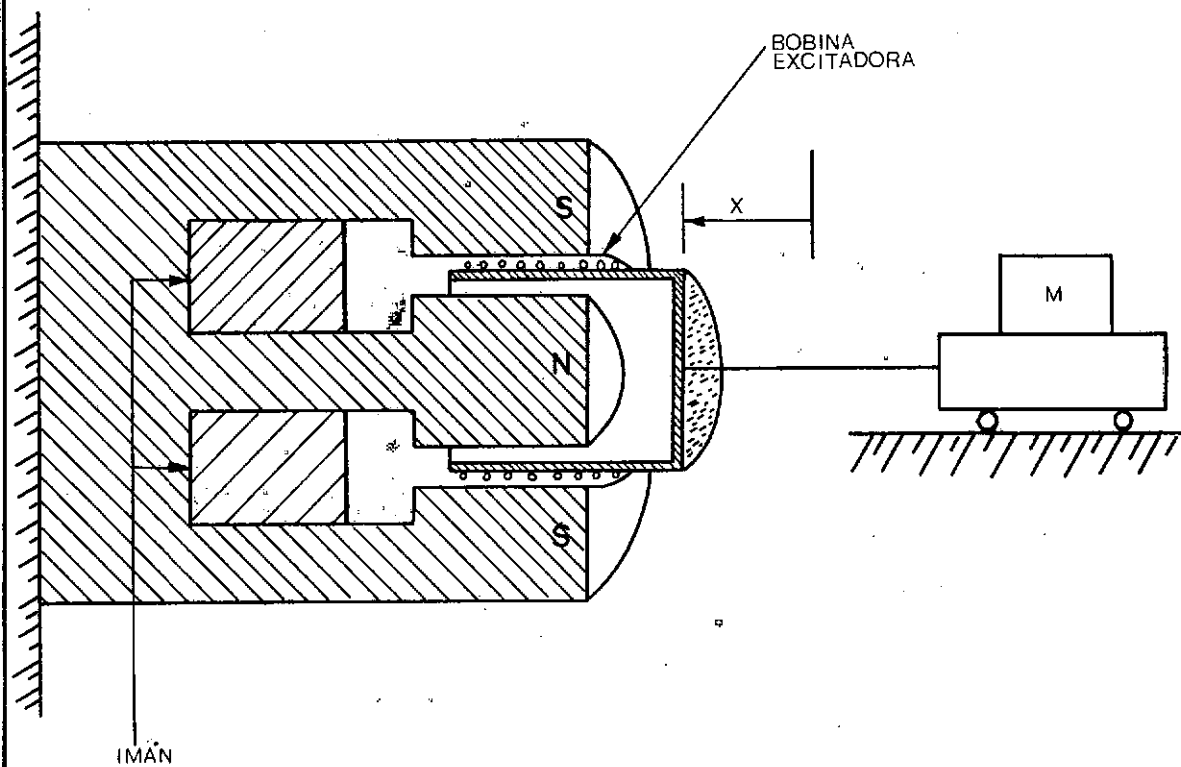


FIG N°1

4. L_b constante, asegurado por 1, 2 y 3. Donde L_b representa la inductancia de la bobina estacionaria.

5. La constante, esta aproximación es aproximada si la bobina excitante es mantenida dentro del volumen de la garganta de aire. Ya que la bobina excitante tiene pocas vueltas, la inductancia es baja y su variación es pequeña.

6. L_{ab} es una función lineal ($K_1 X$) de el desplazamiento axial de la bobina excitante asegurada por el mantenimiento de la componente radial de la densidad de flujo constante dentro de la garganta de aire. Aquí L_{ab} representa la inductancia mútua entre la bobina excitante (bobina a) y bobina estacionaria (bobina b).

7. La carga mecánica sobre la bobina excitante consiste únicamente de masas m . Esto es conseguido por uso de una delicada suspensión que restringe el movimiento de la bobina solo a movimiento axial.

Un altoparlante es necesario para esta restricción, ya que el movimiento de el altoparlante, junto con los resortes que parten de su cono (ver figura nº (2)) genera y absorbe energía por el movimiento de la masa de aire, provocando propagación de ondas de sonido.

8. La bobina magnética abastece con una corriente directa I_b que es constante en el tiempo y que no es afectada por inducido E.m.f. en la bobina b. Esto puede ser conseguido

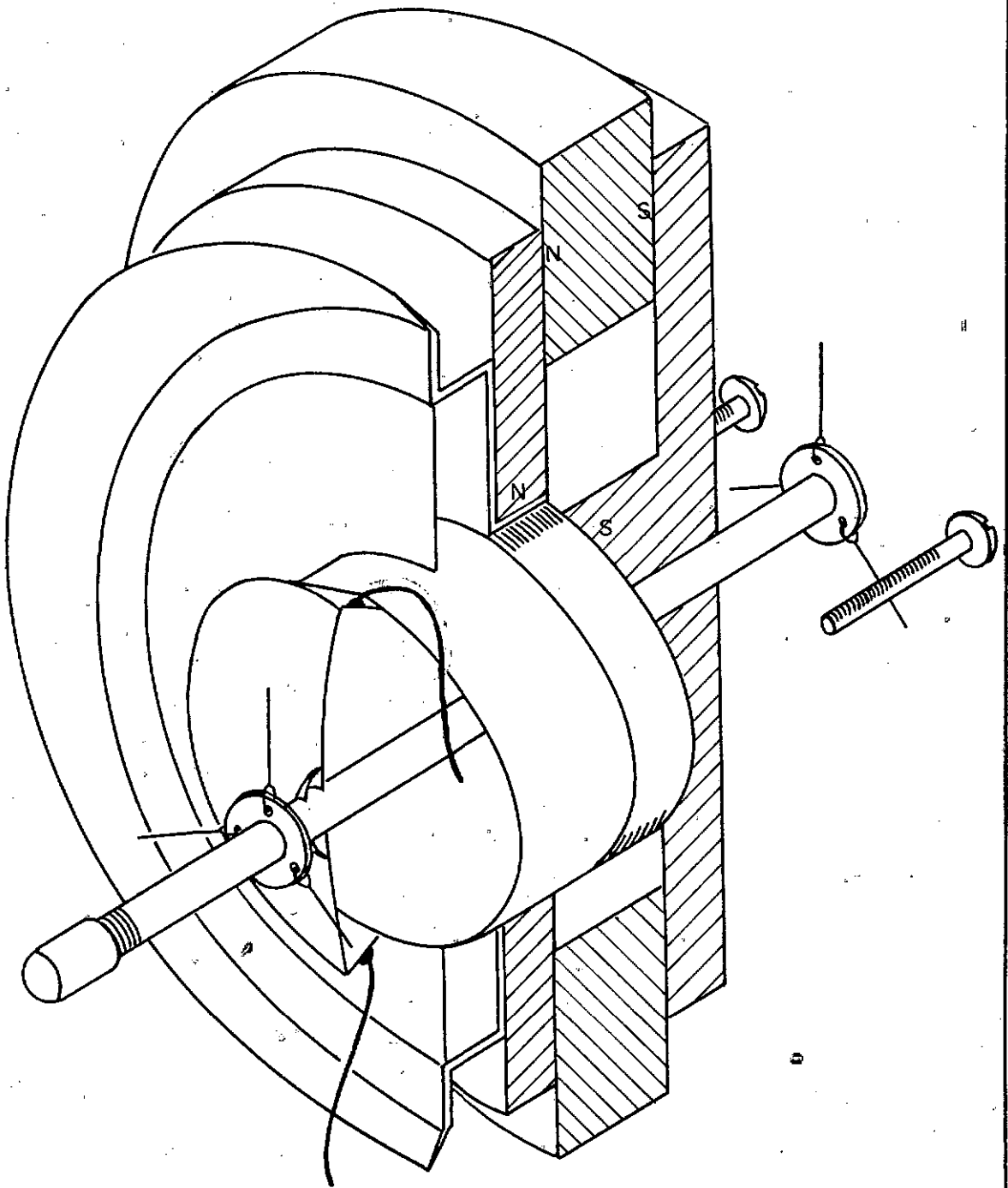


FIG N°2

supliendo a la bobina b un alto voltaje, alta resistencia para una fuente tal que:

$$i_b R_b \gg d\lambda_b/dt \quad (1)$$

I.5. Consideraciones Físico-Matemáticas del Prototipo a ser Utilizado

En este momento nos encontramos listos para proseguir ya de una forma directa con la formulación básica de nuestro modelo.

Es necesario en este punto remitirnos por un momento al Apéndice N° I que nos da mayores detalles informativos en lo que a continuación sigue.

Si aplicamos ahora las restricciones directamente a las ecuaciones n°^{OS} (31.a), (33.a), (41.a) y (42.a) donde:

Ecuación n° (31.a): Ecuación del Circuito Eléctrico

Ecuación n° (33.a): Sistema Magnéticamente Lineal

(Restricción n° 1)

Ecuación n° (41.a): Ecuación de Fuerza Eléctrica para un

Sistema Lineal Doblemente Excitado

Ecuación n° (42.a): Ecuación del Sistema Mecánico

Solución (usando ecuación n° (31.a) y (33.a)):

$$U_a = R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} (x, i_a, i_b)$$

$$U_a = R_a i_a + \frac{d}{dt} (L_a(x) i_a + L_{ab}(x) i_b)$$

$$U_a = R_a i_a + \frac{d}{dt} (L_a(x) i_a) + \frac{d}{dt} (L_{ab}(x) i_b)$$

$$U_a = R_a i_a + \frac{d}{dt} L_a(x) \cdot i_a + \frac{d i_a}{dt} \cdot L_a(x) + \frac{d}{dt} L_{ab}(x) \cdot i_b + \frac{d i_b}{dt} \cdot L_{ab}(x)$$

Ahora:

$$\frac{d}{dt} L_a(x) = 0 \quad (\text{Por restricción n° 5})$$

$$\frac{d i_b}{dt} = 0 \quad (\text{Por restricción n° 8})$$

Entonces:

$$U_a = R_a i_a + L_a(x) \cdot \frac{d i_a}{dt} + \frac{d}{dt} L_{ab}(x) \cdot i_b$$

Como:

$$x = f(t) \text{ y } i_b = I_b \quad (\text{Por restricción n° 8})$$

$$U_a = R_a i_a + L_a(x) \cdot \frac{d i_a}{dt} + \frac{d}{dx} (L_{ab}(x)) \cdot \frac{dx}{dt} \cdot i_b$$

$$U_a = R_a i_a + L_a(x) \cdot \frac{d i_a}{dt} + K_1 \cdot I_b \cdot \frac{dx}{dt} \quad (2)$$

De ecuación n° (2) se puede concluir que:

$$K_1 = \frac{d L_{ab}(x)}{dx} \quad (\text{Por restricción n° 6})$$

Ahora de ecuación n° (42.a) tenemos; asociando la con ecuación n° (41.a) :

$$m \frac{dx^2}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + KX = f - f_0(t)$$

$$m \frac{dx^2}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + KX = \frac{1}{2} \cancel{i a^2} \frac{d^0 L_a}{dx} + \frac{1}{2} \cancel{i b^2} \frac{d^0 L_b}{dx} + i_a i_b \frac{d L_{ab}}{dx} - \cancel{f_0(t)}^0$$

Ahora:

$$\frac{1}{2} \dot{a}^2 \frac{dL_a}{dx} = 0 \text{ (por restricción n° 5)}$$

$$\frac{1}{2} \dot{b}^2 \frac{dL_b}{dx} = 0 \text{ (por restricciones n° 1, 2, 3 y resumidamente por restricción n° 4)}$$

$$\dot{o}_0(t) = 0 \text{ (porque no hay fuerzas externas, según restricción n° 7)}$$

Además

$$\dot{a} \dot{b} \frac{dL_{ab}}{dx} = \dot{a} \cdot \dot{b} \cdot K_1$$

$$B \frac{dx}{dt} = 0 \text{ (No hay ningún amortiguamiento viscoso)}$$

$$KX = 0 \text{ (No hay resortes)}$$

Por lo tanto:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = \dot{a} \cdot \dot{b} \cdot K_1 \quad (3)$$

Las ecuaciones n° (2) y n° (3) pueden ser reducidas para una ecuación simple en la desconocida $\dot{a}(t)$, por integración una vez de la ecuación n° (3) y substituyendo después por dx/dt en ecuación n° (2) tenemos entonces:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{ia \cdot Ib \cdot K1}{m}$$

$$\frac{dx}{dt} = \int_0^t \frac{ia(t) \cdot Ib \cdot K1 dt}{m} = \frac{Ib \cdot K1}{m} \int_0^t ia(t) \cdot dt \quad \left\{ \begin{array}{l} Ib = \text{constante} \\ m = \text{constante} \\ K1 = f(x) \end{array} \right.$$

Substituyendo en ecuación n°(44):

$$Ua = Rai\dot{a} + La(X) \cdot \frac{dia}{dt} + \frac{K1^2 \cdot Ib^2}{m} \int_0^t ia(t) dt + u_0 \quad (4)$$

La ecuación n° (4) se reconoce como la ecuación que describe el circuito en serie R-L-C en el cual la capacitancia es:

$$C = \frac{m}{Ib^2 \cdot K1^2} \quad (5)$$

y u_0 es el voltaje inicial sobre el capacitor que puede ser expresado en términos de la velocidad inicial \dot{x}_0 de la masa m así:

$$u_0 = IbK1\dot{x}_0 \quad (6)$$

También, según como afirman Schimtz Novotny⁽¹⁾, puede ser mostrado que el desplazamiento total para la posición inicial x_0 es dado por:

$$x - x_0 = \int_0^t v_c dt \quad (7)$$

Donde v_c es el e.m.f del capacitor C dado por los dos últimos términos de ecuación n° (4), ésto es:

$$v_c = \frac{Kl^2 \cdot Ib^2}{m} \int_0^t ia(t) dt + u_0 \quad (8)$$

En ciertos casos la inductancia misma es tan pequeña (L_a) que el segundo término en ecuaciones n° (2) y n° (4) puede ser omitido. Por lo tanto lo que nos quedaría sería:

$$u_a = Raia + Kl \cdot Ib \cdot \frac{dx}{dt} \quad (9)$$

$$u_a = Raia + \frac{Kl^2 \cdot Ib^2}{m} \int_0^t ia(t) \cdot dt + u_0 = Raia + v_c \quad (10)$$

De esto lo que logramos es alcanzar y estudiar otro y poco diferente forma de circuito equivalente para resolver ecuación n° (2), para $ia(t)$ y substituyendo entonces en ecuación n° (3) tenemos:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = Ib \cdot Kl \cdot ia$$

De ecuación n° (9) :

$$ia = \frac{u_a}{Ra} - \frac{Kl \cdot Ib}{Ra} \cdot \frac{dx}{dt}$$

Entonces

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{Ib \cdot Kl \cdot u_a(t)}{Ra} - \frac{Kl^2 \cdot Ib^2}{Ra} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (11)$$

Si ahora substituímos $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, en ecuación n° (11)

tenemos:

$$m \frac{d\dot{x}}{dt} = f(t) - B\dot{x}$$

Donde:

$$m \frac{d\dot{x}}{dt} + B\dot{x} = f(t) \quad (12)$$

$$f(t) = \frac{I_b \cdot K_1}{R_a} u_a(t)$$

$$B = \frac{I_b^2 \cdot K_1^2}{R_a}$$

Como se puede observar la ecuación n° (12) es una ecuación diferencial de primer orden que representa un circuito simple equivalente R-L en el cual L tiene el valor de m y R tiene el valor de B; la función de fuerza f(t) es reemplazada por el nuevo voltaje V'(t).

Es necesario notar que la ecuación n° (12) puede ser asociada con la ecuación n° (4) que representa el circuito R-L-C.

Las ecuaciones n° (4) y n° (12) dan circuítos equivalentes con méritos y características individuales.

Si son hechas investigaciones como el efecto de cambio de componentes eléctricos, estos pueden ser directamente conectados en el circuito de la figura n° (3), como parte de el sistema externo que suple el voltaje $u_a(t)$.

Si cambios de componentes mecánicos son de principal interés, la ecuación n° (12) y su representación en el circuito equivalente de la figura n° (4) puede ser muy práctica. En

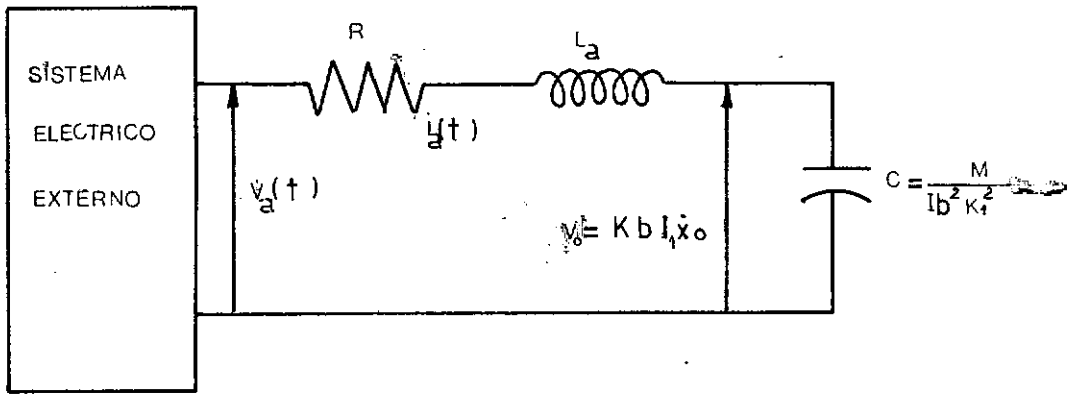


FIG N°3

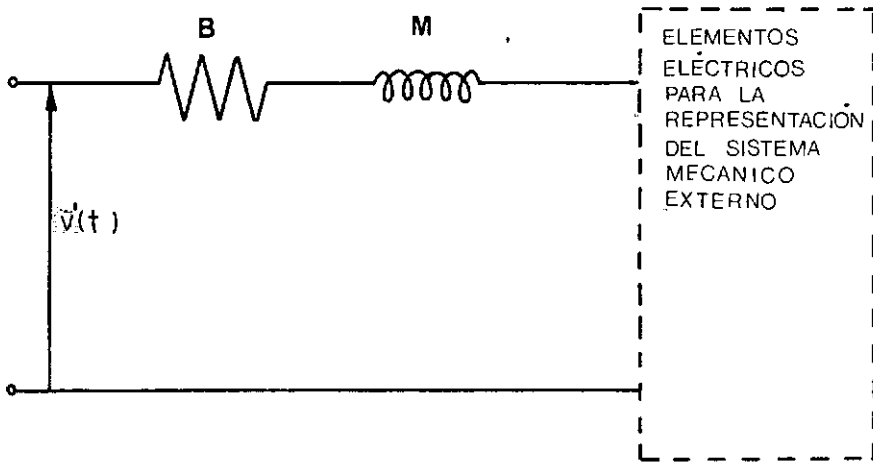


FIG N° 4

ésta representación elementos adicionales del circuito eléctrico pueden ser conectados para representar sumariamente componentes mecánicos. Un resorte conectado para restringir la bobina excitadora puede ser representado por medio de una serie de capacitores en este circuito.

Una sumaria fricción viscosa puede ser representada por incremento del valor B de la serie del resistor.

CAPÍTULO II

MODELO MATEMÁTICO

II.1.1. Desarrollo

Se asume que ωL_a es pequeña en relación a R_a y por lo tanto de ecuación n° (2) podemos concluir que L_a puede ser eliminada (ya que la inductancia es pequeña, ver página n° 10).

Ahora bien, ya que tenemos amortiguamiento viscoso y resorte es preciso usar en lugar de ecuación n° (3) la ecuación n° (42.a), y teniendo presente que existe una posición inicial, tenemos:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + K(X - X_0) = I_b K_1 i_a$$

Se puede notar que la ecuación anterior es similar a ecuación n° (42.a), ya que:

$$f - f_0(t) = I_b K_1 i_a \quad (f_0(t)) \quad (\text{No hay fuerzas iniciales externas}).$$

Consecuentemente

$$f = I_b K_1 i_a$$

Por ecuación n° (2) y sabiendo que:

$$U_a(t) = V_{\max} \cdot \sin \omega t = R_a i_a + K_1 \cdot I_b \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\text{Siendo: } \left(L_a(X) \cdot \frac{dia}{dt} \right) = 0$$

Podemos concluir:

$$V_{\max} \sin \omega t = R a i_a + K_1 \cdot I_b \cdot \frac{dx}{dt}$$

Solucionando para i_a en la ecuación anterior

$$i_a = \frac{V_{\max} \sin \omega t}{Ra} - \frac{K_1 \cdot I_b}{Ra} \cdot \frac{dx}{dt}$$

Substituyendo el valor de i_a en la primera ecuación de este desarrollo nos queda:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + B d \frac{dx}{dt} + K(X - X_0) = I_b \cdot K_1 \cdot \left(\frac{V_{\max} \sin \omega t}{Ra} - \frac{K_1 \cdot I_b}{Ra} \cdot \frac{dx}{dt} \right)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + \left(B d + \frac{K_1^2 I_b^2}{Ra} \right) \frac{dx}{dt} + K(X - X_0) = \frac{I_b K_1}{Ra} V_{\max} \sin \omega t \quad (13)$$

Desarrollando ecuación n° (13) en forma fasorial y al mismo tiempo en forma general, tenemos:

$$\left[(K - m \omega^2) + j\omega \left(B d + \frac{K_1^2 I_b^2}{Ra} \right) \right] [X(j\omega)] = \frac{I_b K_1}{Ra} V_{\max}$$

De ecuación anterior

$$X(j\omega) = \frac{I_b K_1 V_{\max} \cdot (Ra)^{-1}}{\left[(K - m \omega^2) + j\omega \left(B d + \frac{K_1^2 I_b^2}{Ra} \right) \right]}$$

$$X(j\omega) = \frac{I_b K_1 V_{\max} \cdot (Ra)^{-1}}{\left[(K - m (2\pi f)^2) + j(2\pi f) \left(B d + \frac{K_1^2 I_b^2}{Ra} \right) \right]}$$

$$X(j\omega) = \frac{I_b K_1 V_{\max} (Ra)^{-1}}{\left[(K - m(2\pi f)^2)^2 + j \left(2\pi f B d + \frac{2\pi f K_1^2 I_b^2}{Ra} \right) \right]}$$

$$\text{Sea } Z = \left[(K - m(2\pi f)^2)^2 + j \left(2\pi f B d + \frac{2\pi f K_1^2 I_b^2}{Ra} \right) \right]$$

$$\text{Re } Z = K - m(2\pi f)^2$$

$$\text{Im } Z = \left(2\pi f B d + \frac{2\pi f K_1^2 I_b^2}{Ra} \right)$$

Donde Z es un número complejo que puede ser es
crito alternativamente así:

$$Z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

Donde:

$$r = |Z| = ((\text{Re } Z)^2 + (\text{Im } Z)^2)^{1/2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im } Z}{\text{Re } Z} \right)$$

Entonces:

$$r = \left[(K - m(2\pi f)^2)^2 + \left(2\pi f B d + \frac{2\pi f K_1^2 I_b^2}{Ra} \right)^2 \right]^{1/2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{2\pi f B d + 2\pi f K_1^2 I_b^2 \cdot Ra^{-1}}{K - m(2\pi f)^2} \right]$$

Por consiguiente:

$$Z = \left[(K-m(2\pi f)^2)^2 + \left(2\pi f B d + \frac{2\pi f K_1 I b^2}{Ra} \right)^2 \right]^{1/2} \\ \times \left[\cos \left[\text{tg}^{-1} \left[\frac{2\pi f B d + 2\pi f K_1 I b^2 \cdot Ra^{-1}}{K-m(2\pi f)^2} \right] \right] + \right. \\ \left. + i \text{sen} \left[\text{tg}^{-1} \left[\frac{2\pi f B d + 2\pi f K_1 I b^2 \cdot Ra^{-1}}{K-m(2\pi f)^2} \right] \right] \right]$$

Ahora, como:

$$e^{iy} = \cos y + i \text{sen } y$$

$$Z = \left[(K-m(2\pi f)^2)^2 + \left(2\pi f B d + \frac{2\pi f K_1 I b^2}{Ra} \right)^2 \right]^{1/2} \times \\ e^{J \left[\text{tg}^{-1} \left[\frac{2\pi f B d + 2\pi f K_1 I b^2 \cdot Ra^{-1}}{K-m(2\pi f)^2} \right] \right]}$$

Por lo tanto:

$$X(J\omega) = \frac{Ib \cdot K_1 V_{\max} (Ra)^{-1}}{\left[(K-m(2\pi f)^2)^2 + \left(2\pi f B d + \frac{2\pi f K_1 I b^2}{Ra} \right)^2 \right]^{1/2}}$$

$$\times \frac{1}{e^{J \left[\text{tg}^{-1} \left[\frac{2\pi f B d + 2\pi f K_1 I b^2 \cdot Ra^{-1}}{K-m(2\pi f)^2} \right] \right]}} \frac{\pi}{180}$$

Reescribiendo X como una función del tiempo tendríamos:

$$X(t) = \left[I_b \cdot K_1 \cdot V_{\max} \cdot (Ra)^{-1} \right] \cdot \left[(K - m(2\pi f)^2)^2 + \left(2\pi f B d + \frac{2\pi f K_1 I_b^2}{Ra} \right)^2 \right]^{-1/2} \times$$

$$\left[\sin \left(\omega t - \operatorname{tg}^{-1} \left[\frac{2\pi f B d + 2\pi f K_1 I_b^2 (Ra)^{-1}}{K - m(2\pi f)^2} \right] \right) \frac{\pi}{180} \right] \quad (14)$$

Continuando con nuestro desenvolvimiento para encontrar nuevas relaciones tenemos: (Ver pag 40, 41, 42, 43, 44, 45; Libro: "Vibrações nos Sistemas Mecânicos"; Autor: J.P. DEN HARTOG)⁽³⁾. También ver "Introducción a la Teoria de Vibraciones Mecánicas"; Autores: LAFITA Y CORTES.⁽⁴⁾

De ecuación nº (14) , si llamamos amplitud máxima a la expresión siguiente:

$$X \equiv \left[I_b \cdot K_1 \cdot V_{\max} \cdot (Ra)^{-1} \right] \cdot \left[(K - m(2\pi f)^2)^2 + \left(2\pi f B d + \frac{2\pi f K_1 I_b^2}{Ra} \right)^2 \right]^{-1/2}$$

Por J.P.Den Hartog⁽³⁾ podemos afirmar y verificar que se satisfacen las siguiente relaciones:

$$X = \frac{I_b \cdot K_1 \cdot V_{\max} \cdot (Ra)^{-1} \cdot K^{-1}}{\left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right)^2 + \left(2 \left(\frac{B d + K_1 I_b^2 (Ra)^{-1}}{C c} \right) \cdot \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right]^{1/2}} \quad (15)$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{2 \left(\frac{2\pi f B d + 2\pi f K_1 I_b^2 (Ra)^{-1}}{C c \cdot \omega_n} \right)}{1 - ((2\pi f)^2 / \omega_n^2)} \right) \quad (16)$$

De ecuación nº (15) y nº (16) podemos decir lo siguiente:

ω_n = frecuencia natural del sistema

C_c = constante de amortiguamiento crítico

ω = frecuencia circular

Donde:

$$\omega_n = 2\pi f_n = (K \cdot m^{-1})^{1/2} \quad (17)$$

$$C_c = 2m\omega_n = 2(mK)^{1/2} \quad (18)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (19)$$

De todo lo visto y desarrollado hasta entonces es fácil que podamos concluir que nuestro excitador bajo estudio sigue o está regido por la misma ecuación que gobierna un sistema que se mueve con un grado de libertad.

En otras palabras, esto quiere decir que las ecuaciones n° (13) , n° (15) y n° (16) pueden ser perfectamente bien asociadas con sus equivalentes mecánicos, lo mismo que toda la serie de relaciones decorrentes y pre establecidas en estudios anteriores. Haciendo un pequeño recordatorio, se sabe que la ecuación mecánica que rige un sistema vibratorio de un solo grado de libertad es:

$$m\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F_0 \text{ sen } \omega t \quad (20)$$

Donde:

m = masa del sistema vibrat6rio

C = constante de amortiguamiento del sistema

K = constante de resorte del sistema

F_0 = amplitud de la fuerza de excitaci6n arm6nica

Se sabe tambi6n que:

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(K - m\omega^2)^2 + (C\omega)^2}} \quad (21)$$

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{C\omega}{K - m\omega^2} \quad (22)$$

O si se prefiere, las expresiones n° (21) y n° (22) pueden ser escritas en forma adimensional as6i:

$$\frac{XK}{F_0} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)\right]^2}} \quad (23)$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \quad (24)$$

Donde:

$$\xi = \frac{C}{C_c} = \text{Fracci6n 6 factor de amortiguamiento}$$

A partir de 6ste momento podemos afirmar entonces que, y por supuesto si vemos simultaneamente ecuaciones n° (13) y n° (20), lo siguiente:

$$C = \dot{B}d + \frac{K_1^2 I_b^2}{Ra} \quad (25)$$

$$F_0 = \frac{I_b K_1}{Ra} V_{\max} \quad (26)$$

En ecuación n° (25) la interpretación debe ser hecha así: el amortiguamiento de todo el sistema debe de ser igual, al amortiguamiento propio de nuestro excitador mas el amortiguamiento provocado por la adición de partes mecánicas.

La interpretación de ecuación n° (26), después de revisar el significado de cada uno de sus componentes parece ser obvia.

II.2. Medidas ó Grandezas que es Necesario Hacer

Habiendo descrito teóricamente y al mismo tiempo desarrollado el modelo matemático, surgirá a continuación la siguiente pregunta ¿Qué es lo que se necesita entonces medir después de tener montado nuestro prototipo?

Si nos remontamos a páginas anteriores, podemos observar que las medidas necesarias a hacer son:

- a) Cálculo de la masa vibratoria (m)
- b) Cálculo de la constante de resorte de nuestro sistema (K)
- c) Cálculo de la amplitud de la fuerza de excitación (F_0)

- d) Cálculo de la constante de amortiguamiento de nuestro sistema (C)

Las 4 mediciones anteriores deberán ser hechas, si utilizamos exclusivamente la ecuación n° (20) .

Ahora bien, si se decide usar la ecuación n° (13) que por otra parte es mas específica en lo que se refiere al comportamiento de nuestro prototipo, las medidas necesarias se rían:

- a) Cálculo de la masa vibratoria (m)
- b) Cálculo de la constante de amortiguamiento del excitador (βd)
- c) Cálculo del voltaje máximo que llega a la bobina excitadora, para una determinada corriente, esto es (V_{max})
- d) Cálculo de la resistencia de la bobina excitadora (R_a)
- e) Cálculo del factor $I_b K_1$

Es necesario aclarar nuevamente que lo ideal sería encontrar I_b y K_1 por separado, pero tal como se enuncia anteriormente, en el presente trabajo la bobina estacionaria fué substituída por un imán permanente y en vista de que $I_b K_1$ son funciones de la existencia de dicha bobina, su valor solo puede ser dado en forma conjunta.

En el transcurso de este trabajo, cada una

de las anteriores cuestiones es abordado detalladamente.

II.3. Resultados Obtenidos Teóricamente

Ahora, teniendo ecuaciones n° (21) y n° (22) podemos perfectamente bien substituir valores con el objetivo de poder graficar la amplitud como función de la frecuencia, lo mismo que el ángulo de fase como función de la frecuencia.

Dando a continuación los siguientes valores:

$$m = 2,18 \text{ Kgm}$$

$$f_n = 14,155 \text{ HZ}$$

$$\xi = 0,321$$

$$F_0 = 8,9\text{N}, 11,866\text{N}, 14,833\text{N}$$

La ecuación que nos describe la amplitud como función de la frecuencia tomará la siguiente forma; (válida solamente para $F_0 = 8,9\text{N}$, para los otros dos valores F_0 , su forma cualitativa es equivalente):

$$x = \frac{0,0005161239}{\sqrt{[1 - 0,0049909159f^2]^2 + 0,01996366f^2\xi^2}} \text{ m}$$

Donde:

$$f = \text{frecuencia en HZ}$$

Evidentemente de lo anterior podríamos concluir que:

$$K = 17243,91 \text{ N/m}$$

$$C = 124,47 \text{ N-s/m}$$

Lo cual podría ser en el mejor de los casos muy aproximado a los valores encontrados experimentalmente.

Por lo tanto las tres ecuaciones que surgirán tomarán la forma siguiente:

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 8,9 \sin \omega t$$

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 11,866 \sin \omega t$$

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 14,833 \sin \omega t$$

De la misma forma, si sustituimos los anteriores valores en la ecuación correspondiente al ángulo de fase tenemos:

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \frac{0,0453549f}{1-0,00499091f^2}$$

Como puede ser observado en ecuaciones anteriores, θ no es función de la amplitud de la fuerza de excitación, lo cual significa que sus valores tienen que ser igual en las tres mediciones hechas.

Ver tablas n° (1) , n° (2) , n° (3) y grá-

ficas n° (1) , n° (2) , n° (3) y n° (4) .

El valor indicado de la corriente, es el valor que teóricamente se encuentra al asociar ambas ecuaciones que venimos utilizando, esto es, la ecuación que describe un movimiento vibratorio de un grado de libertad, con la que nos define el prototipo utilizado.

II.4. Relaciones

Algunas relaciones que pueden ser muy útiles son:

$$1 \text{ farad} = \frac{1 \text{ kgm} \times \text{m}^{-2}}{\text{Amp}^2 \times \text{henry}^2} = \frac{1\text{N} \times \text{s}^2 \times \text{m}^{-3}}{\text{Amp}^2 \times \text{henry}^2} = \frac{\text{s}^2}{\text{m}^4 \cdot \text{henry}} =$$

$$= \frac{\text{s}}{\text{m}^4 \cdot \text{ohm}}$$

Lo cual es decorrente de las relaciones ya sabidas:

$$(a) \quad 1 \text{ Kgm} = \frac{1\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{m}}$$

$$(b) \quad 1\text{N} = \frac{1 \text{ henry} \cdot \text{amp}^2}{\text{m}} = \frac{1\text{ohm} \cdot \text{amp}^2 \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

$$(c) \quad = \frac{1\text{Volts} \cdot \text{amp} \cdot \text{s}}{\text{m}}$$

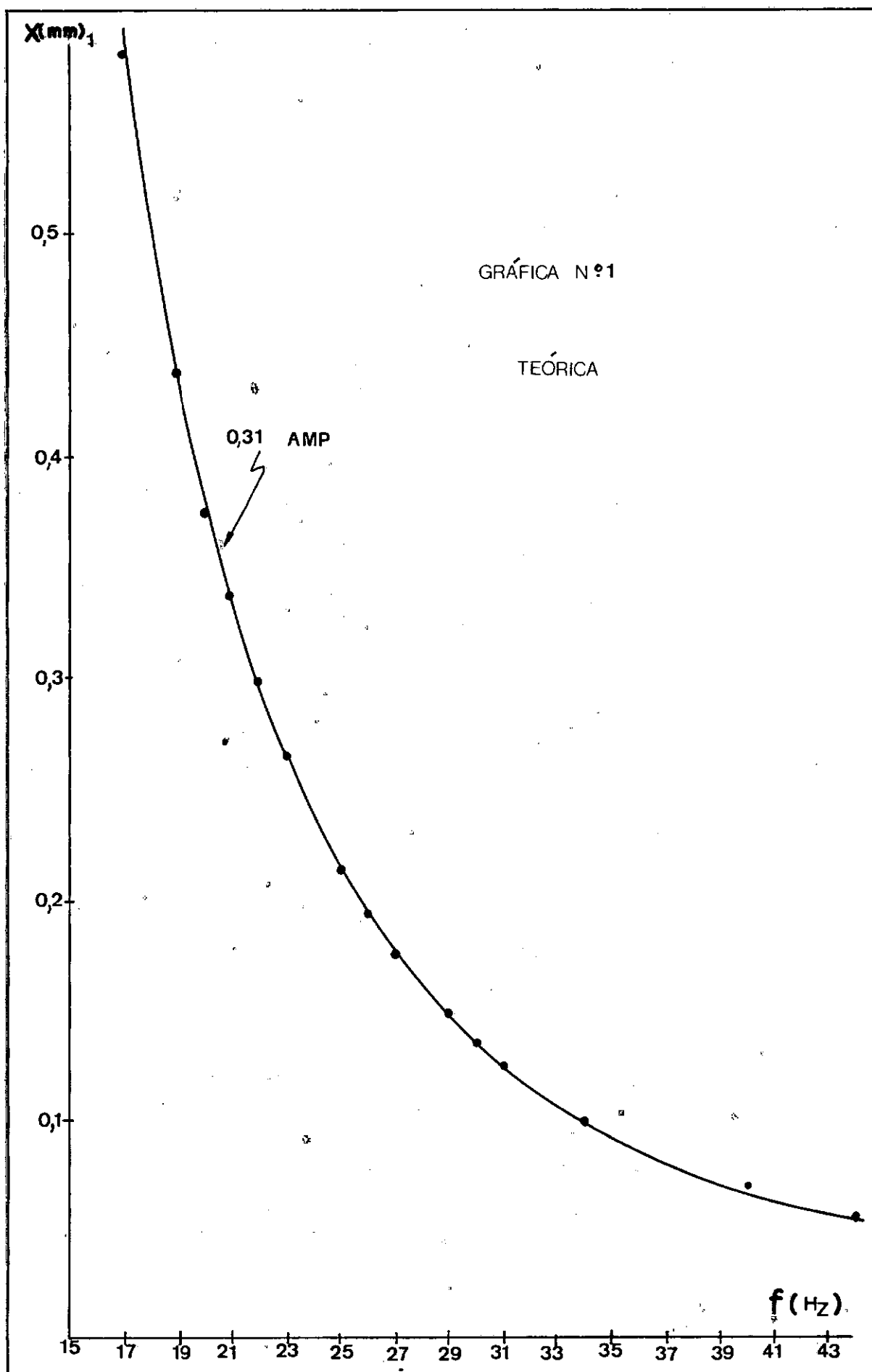
$$(d) \quad 1\text{henry} = 1\text{ohm} \cdot \text{s}$$

Frecuencia	Amplitud Teori	Ang. de Fase Teor
δ	X_1	θ
(HZ)	(mm)	(°)
15,00	0,746	100,241
17,00	0,580	119,843
19,00	0,438	132,932
20,00	0,383	137,684
21,00	0,336	141,583
22,00	0,298	144,821
23,00	0,265	147,543
25,00	0,214	151,852
26,00	0,194	153,583
27,00	0,177	155,101
29,00	0,149	157,639
30,00	0,137	158,710
31,00	0,127	159,677
34,00	0,102	162,083
40,00	0,071	165,441
44,00	0,058	167,026
50,00	0,044	168,823
56,00	0,034	170,165

Tabla nº (1)

Modelo Matemático:

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 8,90 \operatorname{sen} \omega t$$

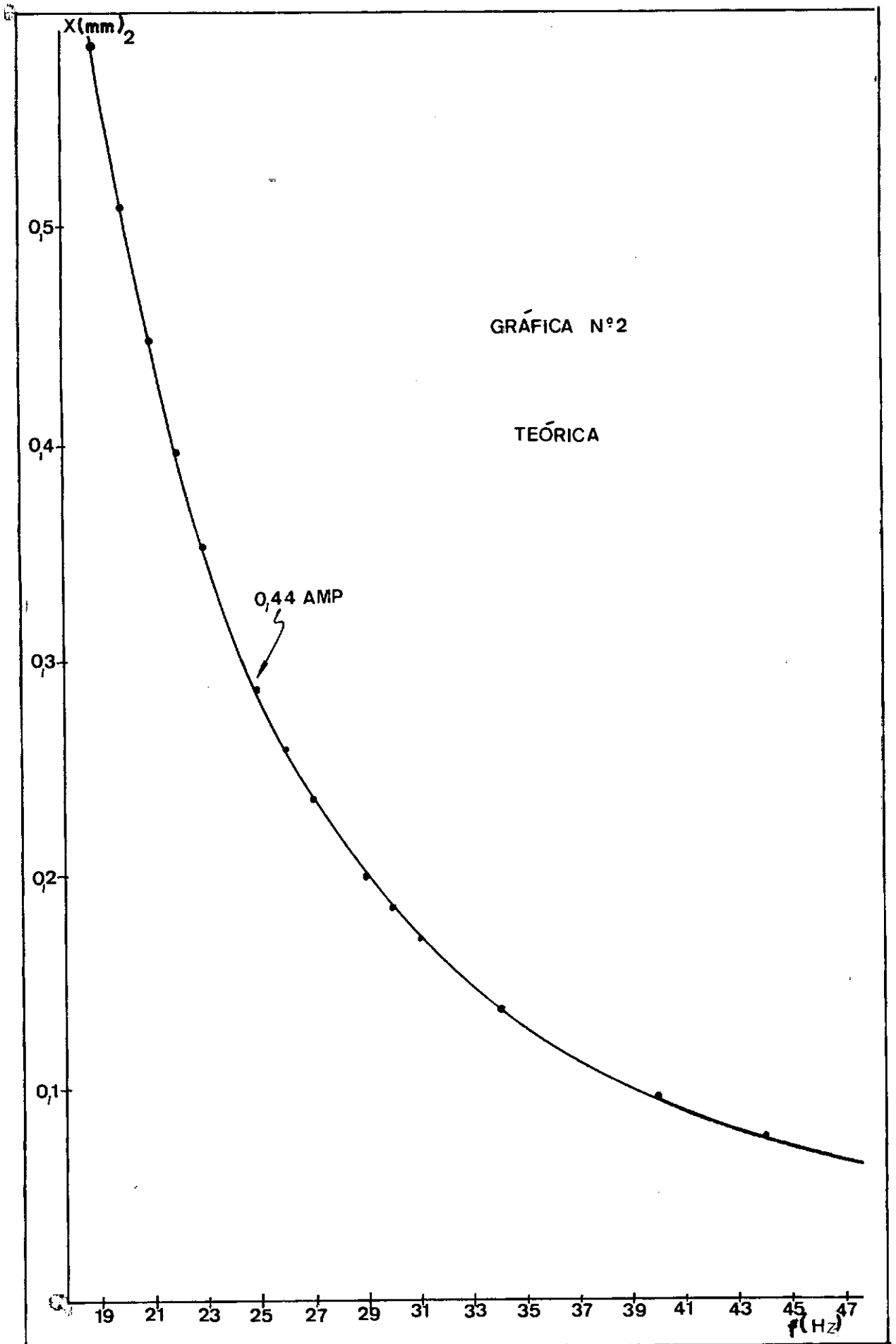


FRECUENCIA	AMPLIT. TEÓRICA	ANG. DE FASE TEOR.
δ	X_2	θ
(HZ)	(mm)	(°)
15,00	0,994	100,241
17,00	0,773	119,843
19,00	0,584	132,932
20,00	0,510	137,684
21,00	0,448	141,583
22,00	0,397	144,821
23,00	0,353	147,543
25,00	0,286	151,852
26,00	0,259	153,583
27,00	0,235	155,101
29,00	0,198	157,639
30,00	0,183	158,710
31,00	0,169	159,677
34,00	0,137	162,083
40,00	0,095	165,441
44,00	0,077	167,026
50,00	0,058	168,823
56,00	0,046	170,165

Tabla n° (2)

Modelo Matemático

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 11,86 \operatorname{sen} \omega t$$

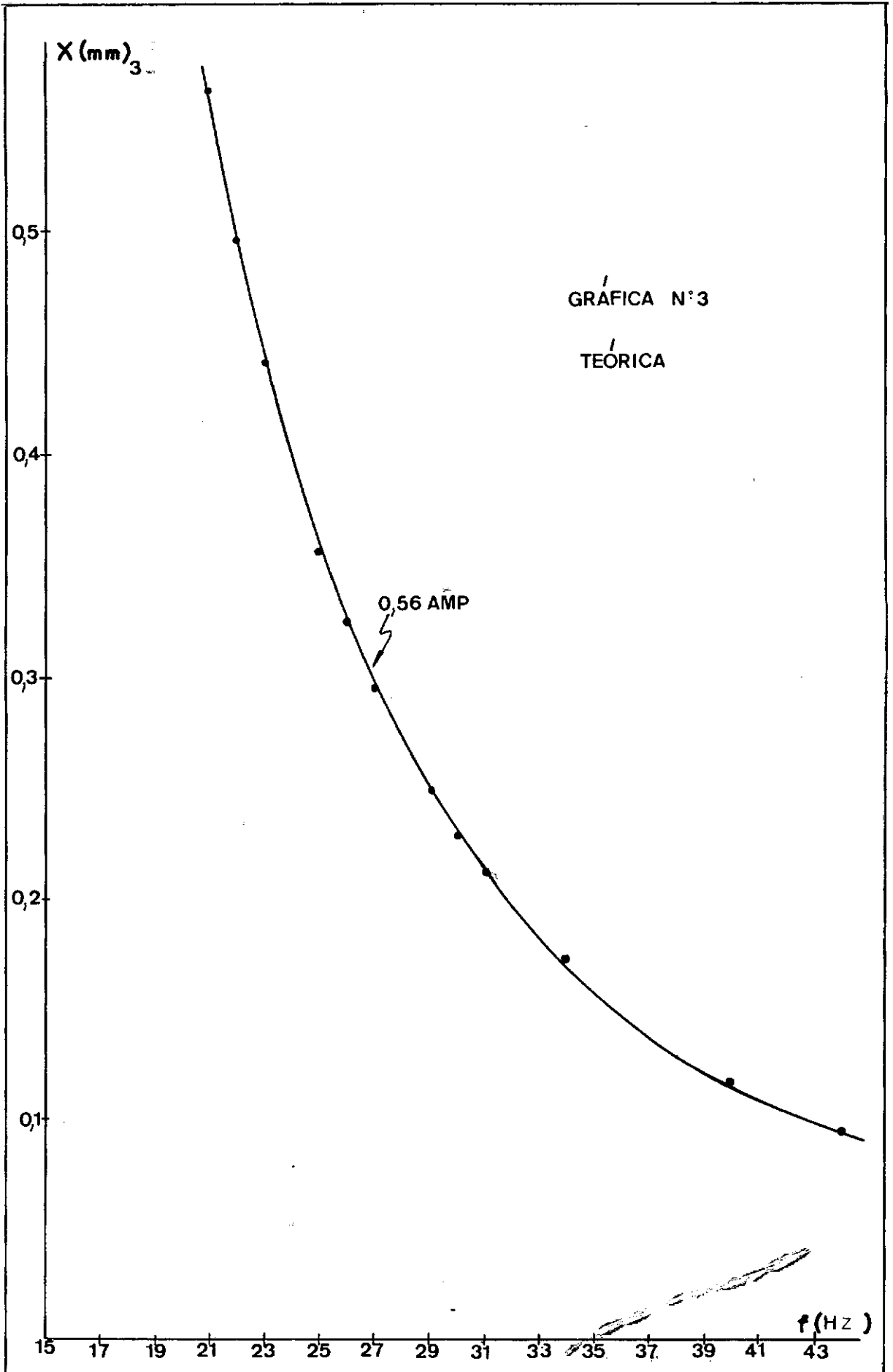


FRECUENCIA	AMPLITUD TEORICA	ANG. DE FASE TEO.
f	X_3	θ
(HZ)	(mm)	(°)
15,00	1,243	100,241
17,00	0,967	119,843
19,00	0,730	132,932
20,00	0,638	137,684
21,00	0,561	141,583
22,00	0,496	144,821
23,00	0,442	147,543
25,00	0,357	151,852
26,00	0,324	153,583
27,00	0,295	155,101
29,00	0,248	157,639
30,00	0,229	158,710
31,00	0,212	159,677
34,00	0,171	162,083
40,00	0,119	165,441
44,00	0,096	167,026
50,00	0,073	168,823
56,00	0,057	170,165

Tabla nº (3)

Modelo matemático

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 14,83 \operatorname{sen} \omega t$$



II.5. Caso de Dos Grados de Libertad

Ahora, si nosotros consideramos nuestro sistema bajo estudio tal como el mostrado en la figura n° (8) , tendremos:

Aquí, ha sido separada la masa del propio excitador, a la cual llamaremos m_1 ; lo mismo que la masa de la adición mecánica, a la cual denominaremos m_2 .

El objetivo del presente suplemento es tratar de analizar la influencia que tendría el hecho de unir la parte saliente de la bobina excitadora con la barra colgada (por intermedio del tornillo que la atraviesa), por medio de un resorte.

Evidentemente y en vista de dicha alteración nuestro sistema pasará a tener un movimiento vibratorio con dos grados de libertad.

Analizando entonces las ecuaciones del movimiento para nuestra nueva estructura, tenemos:

a) Dicho sistema continuará teniendo una fuerza de excitación armónica de la forma $F_0 \sin \omega t$.

b) Se denominará por K_1 la constante de resorte de nuestro excitador de vibraciones .

c) Se denominará por K_2 la constante del resorte que unirá la bobina excitadora con la barra colgada en la adición mecánica.

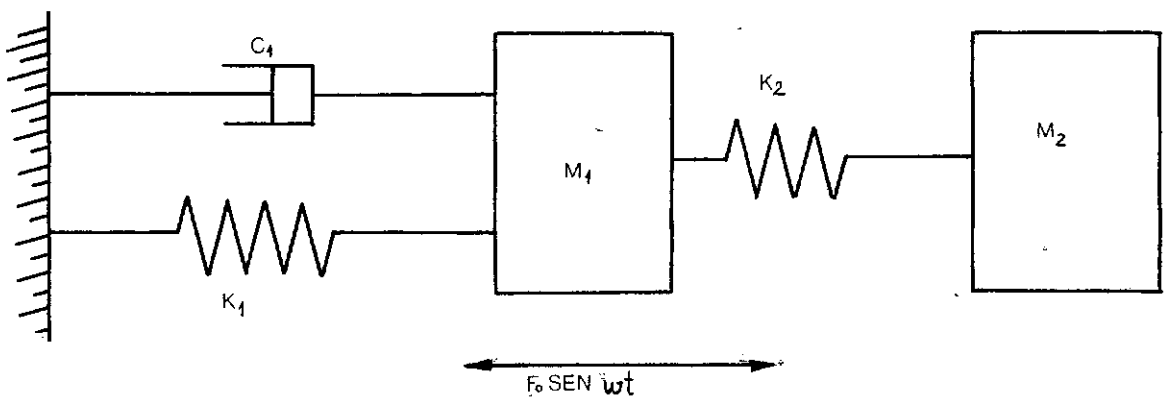


FIG N°8

d) Finalmente denominaremos por C_1 , la constante de amortiguamiento de nuestro excitador de vibraciones.

Teniendo lo anterior y al mismo tiempo observando la figura n° (8) las ecuaciones de movimiento para vibración amortiguada y forzada serán:

$$m_1 \ddot{x}_1 + C_1 \dot{x}_1 + (K_1 + K_2)x_1 - K_2 x_2 = F_0 \sin \omega t$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + K_2 x_2 - K_2 x_1 = 0$$

Donde:

x_1 = Desplazamiento de la masa del excitador (m_1)

x_2 = Desplazamiento de la masa de la barra colgada (m_2)

Usando el método de la impedancia mecánica, podemos substituir $F_0 e^{i\omega t}$ por $F_0 \sin \omega t$, lo mismo que $x_1 e^{i\omega t}$ por x_1 y $x_2 e^{i\omega t}$ por x_2 .

Reordenando las dos ecuaciones anteriores y dividiéndolas a cada una de ellas por $e^{i\omega t}$, las ecuaciones del movimiento se transforman en

$$[(K_1 + K_2) - m_1 \omega^2 + i C_1 \omega] x_1 - K_2 x_2 = F_0$$

$$-K_2 x_1 + |K_2 - m_2 \omega^2| x_2 = 0$$

Resolviendo ahora por la regla de Cramer tenemos:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} F_0 & -K_2 \\ 0 & |K_2 - m_2 \omega^2| \end{vmatrix}}{|(K_1 + K_2) - m_1 \omega^2 + i c_1 \omega| |K_2 - m_2 \omega^2| - K_2^2}$$

Que es de la forma

$$\frac{(A + iB)}{(C + iD)}$$

o

$$(R + iH)$$

y

$$x_1 = \sqrt{\frac{A^2 + B^2}{C^2 + D^2}}$$

Substituyendo tenemos entonces:

$$x_1 = \sqrt{\frac{F_0^2 (K_2 - m_2 \omega^2)^2}{|(K_1 - m_1 \omega^2) (K_2 - m_2 \omega^2) - m_2 K_2 \omega^2|^2}}$$

Simejantemente

$$x_2 = \sqrt{\frac{F_0^2 K_2^2}{|(K_1 - m_1 \omega^2) (K_2 - m_2 \omega^2) - m_2 K_2 \omega^2|^2}}$$

Cada una de las ecuaciones anteriores representa la amplitud de movimiento de la masa del excitador, así como de la barra colgada respectivamente.

- a) Valor de $F_0 = 8,9 \text{ N}$
- b) Valor de $m_1 = 0,025 \text{ kgm}$
- c) Valor de $m_2 = 2,155 \text{ kgm}$
- d) Valor de $K_1 = 17243,919 \text{ N/m}$
- e) Valor de $K_2 = 100 \text{ kgf/mm} = 981000 \text{ N/m}$

Donde:

F_0 es la amplitud de la fuerza de excitación armónica y que para ser congruentes con el orden del trabajo se comenzará trabajando con 8.9 Newt; también se adelanta que se podría trabajar con $F_0 = 11,866 \text{ Newt}$ y $F_0 = 14,833 \text{ Newt}$ tanto en x_1 , como en x_2 para comparar gráficas y resultados.

m_1 es el valor de la masa de la bobina excitadora.

K_2 es la constante del resorte que une la parte saliente de la bobina excitadora con la barra colgante y que en nuestro caso experimental no existe. Es precisamente por ésta razón que el valor fué asumido con el objetivo de dar un esbozo general para posibles trabajos modificados en relación al que se plantea en este trabajo.

Substituyendo valores en las dos ecuaciones anteriores tenemos:

$$x_1 = \sqrt{\frac{79.21 (981000 - 85,075986)^2}{|(17243,919 - 0,98696044)^2 (981000 - 85,075986)^2 - 83459546.13^2|}}$$

$$x_2 = \sqrt{\frac{79.21 (981000)^2}{|(17243,919 - 0,98696044)^2 (981000 - 85,075986)^2 - 83459546.13^2|}}$$

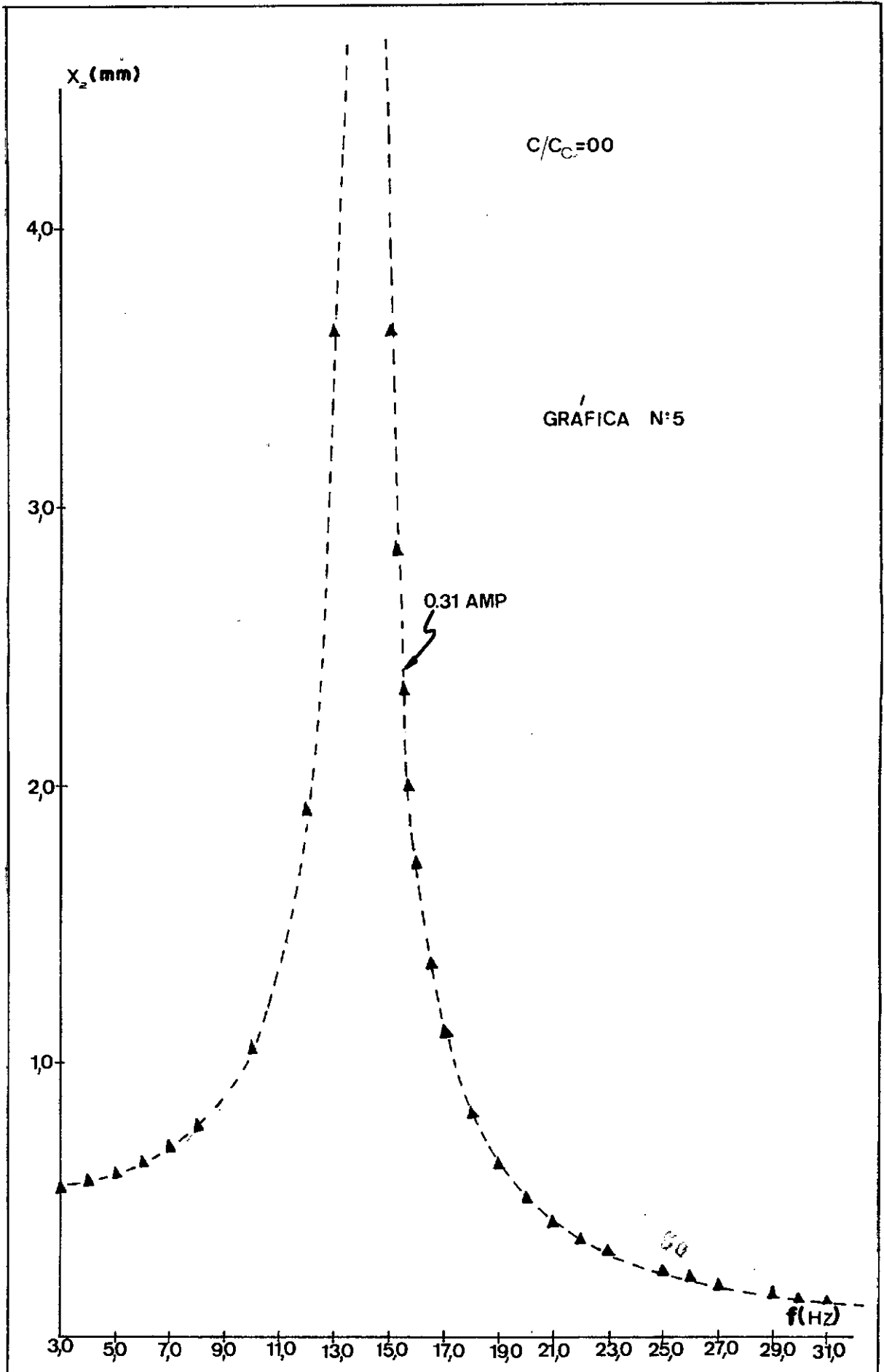
En vista de que estamos mas interesados en conocer el desplazamiento de la masa suspensa, esto es m_2 , utilizaremos la segunda de estas ecuaciones como enunciamos al comienzo, perfectamente bien se pueden encontrar tanto x_1 , como x_2 para cada una de las tres diferentes amplitudes de las fuerzas de excitación armónica con que se viene trabajando.

Ahora bien, por motivos obvios solo mostraremos x_2 con una fuerza de excitación igual a 8.9 Newton (ver tabla n° 4 y gráficas n° 5).

Las frecuencias utilizadas serán las mismas conque fueron realizados, tanto gráficos teóricos, así como experimentales.

δ	X_2
(HZ)	(mm)
3,00	0,5408
4,00	0,5617
5,00	0,5911
6,00	0,6315
7,00	0,6870
8,00	0,7645
10,00	1,0484
12,00	1,9192
13,00	3,6341
13,50	6,9032
14,00	103,7788
14,50	7,6628
15,00	3,6291
15,50	2,3501
16,00	1,7229
17,00	1,1051
19,00	0,6200
20,00	0,5009
21,00	0,4168
22,00	0,3543
23,00	0,3063
25,00	0,2376
26,00	0,2123
27,00	0,1912
29,00	0,1579
30,00	0,1447
31,00	0,1331
34,00	0,1061
40,00	0,0725

Tabla n° (4)



CAPÍTULO III

PROTOTIPO UTILIZADO

III.1. Descripción General

Envista de que estábamos interesados en desarrollar un prototipo que nos permitiera realizar un estudio sistemático y al mismo tiempo comparativo del excitador de vibraciones, se proscedió de la siguiente manera:

Se sabe que, básicamente un alto parlante es un aparato en el cual al ser introducida una señal periódica sea amplificada ó no provocará, siempre y cuando sean realizadas ciertas restricciones de movimiento, una simulación real de lo que bien podría llamarse: UN SISTEMA CON UN GRADO DE LIBERTAD.

Envista de lo anterior se descidió utilizar un aparato que ya estaba construido en el laboratorio. Con esto nos estamos refiriendo al altoparlante que como tal solo necesitaba de una serie de medidas complementares y restrictivas de tal manera que nos permitiera hacer el estudio del mismo.

Dicho aparato tal como originalmente estaba puede ser visto en la figura n° (2) el básicamente consiste de un imán cuyas principales características tanto físicas como de trabajo serán enunciadas posteriormente, una bobina excitadora que al igual que el imán tendrá definidas sus propiedades en el transcurso de este trabajo, y finalmente de una caparazón ó carcasa que básicamente tiene como objetivo la protección y fijación del alto parlante.

Teniéndose lo anterior y guiándose por la

restricción N° 7 del modelo matemático se proscedió a hacer lo siguiente.

III.2. Construcción y Montaje

Tal como muestra la figura (n° 5) de ambos extremos de la bobina excitadora (tanto en la parte posterior, como anterior) se procuró levantar una suspensión unida a la carcaza de tal manera que el movimiento de dicha bobina quedara restringido solo axialmente. Para poder realizar dicha suspensión fué necesario abrir tres agujeros distribuidos equitativamente tanto en la parte posterior como en la anterior del soporte de la bobina excitadora.

De la misma forma se proscedió a efectuar agujeros roscados y distribuidos equitativamente en número de tres tanto en la parte posterior como anterior de la carcaza.

El objetivo de dichos agujeros roscados en la carcaza era para introducir en ellos un tornillo que permitiera, después de instalada la suspensión, un regulamiento del movimiento de la bobina, que en el mejor de los casos y tal como se afirma anteriormente debería ser eminentemente axial.

Teniendo ahora los puntos de fijación extremos de dicha suspensión (agujero en la bobina y agujero roscado en la carcaza) se procedió a efectuar la misma.

Básicamente dicha suspensión consiste de

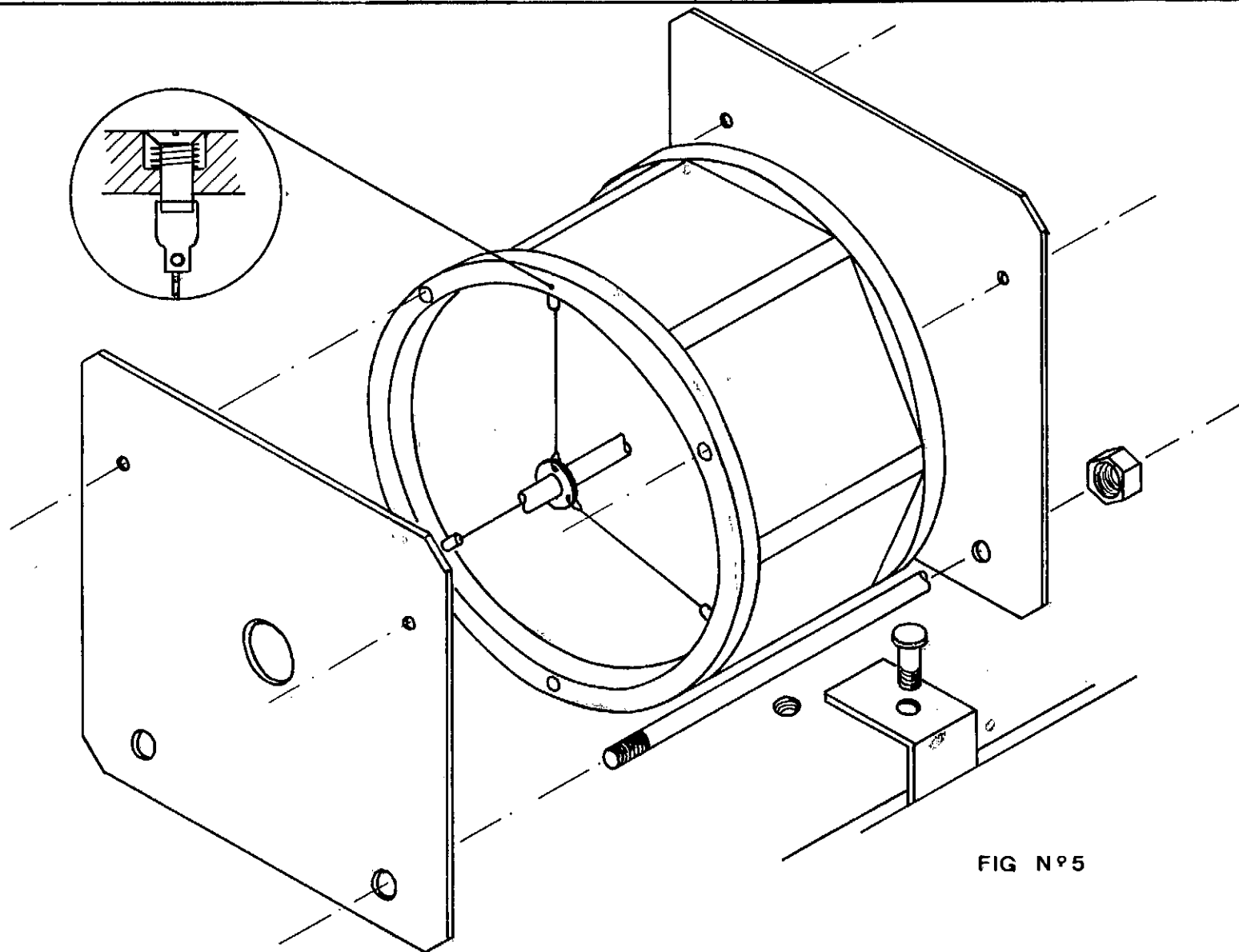


FIG N°5

un alambre forrado cuyas dimensiones y características serán enunciadas posteriormente.

Por un lado dicho alambre es enrollado cuidadosamente en el agujero hecho en el soporte de la bobina excitadora y por el otro en el pasador unido al tornillo, que atraviesa el agujero roscado efectuado sobre la carcasa.

Para hacer este montaje es necesario tomar una serie de precauciones como ser:

1) Ligar ó enrollar un extremo del alambre forrado al agujero perforado en el soporte de la bobina. Claro está que como dicho alambre es forrado en sus extremos debe de ser desprovisto de su forro, esto básicamente por razones de manejabilidad; seguridad en cuanto a buena fijación y mas que todo por razones obvias.

2) Ya que el agujero roscado en la carcasa tiene como objetivo el paso de un tornillo ajustador, es necesario que antes de ligar el otro extremo de dicho alambre forrado con el pasador que va unido al tornillo, se proceda a introducir dicho tornillo lo máximo posible, de tal manera que se pueda utilizar al máximo su finalidad; esto es: regular.

3) Luego que se unió el alambre forrado en uno de sus extremos con el soporte de la bobina y para evitar en la medida de lo posible problemas de estiramiento, provocados después de que todo el sistema de suspensión esté regulado y por con

siguiente templado, se procedió a utilizar cola de metal, de tal manera que sobre el nudo que se originó entre el agujero del soporte de la bobina y el alambre fué necesario pasar un pequeño baño de dicha cola. Para evitar control de estiramiento en dos direcciones (ambos extremos del alambre forrado) primero fué ligado el alambre con el agujero del soporte de la bobina, colado y dejado un cierto tiempo para el secamiento de la cola.

4) A continuación y después que la unión estaba seca, lo mismo que el tornillo regulador en su parte mas baja, ésto es introducido en su totalidad en el agujero roscado de la carcaza se procedió a unir el otro extremo del alambre forrado, que ha estas alturas estaba libre, con el sistema de pasador que va unido al extremo inferior del tornillo regulable.

5) Al igual que precaución(3) dicho extremo del alambre, que antes de ser montado debe de estar desprovisto de su forro en los extremos, es unido con el sistema de pasador, formándose un nudo metálico que al igual que el que se forma entre el otro extremo del alambre y el agujero del soporte de la bobina, debe ser colado.

6) Es necesario tomar la providencia que al unir los extremos del alambre forrado tanto con el soporte de la bobina excitadora, como con la carcaza, quede lo suficientemente templado de tal manera que al comenzar a hacer el regulamiento por medio de los tornillos que atraviezan la carcaza, sea evidente una mejoría absoluta en lo que se refiere al objetivo que se pretende, ésto es: tratar de conseguir un movimiento eminentemen-

te axial de la bobina excitadora.

Continuando con los detalles pormenorizados de la construcción es preciso enunciar, tal como puede servirse en figura (nº 5) que en la parte exterior de la carcaza y específicamente en los 6 agujeros roscados, fué colocado un alambre enrollado a modo de resorte, con el objetivo de que sirviera como un amortiguador natural y un elemento mas de regulación en dicha suspensión.

Resumiendo, en nuestro sistema de suspensión fué necesario hacer 6 agujeros en el soporte dela bobina excitadora (3 en la parte posterior y 3 en la parte anterior) y 6 agujeros en la carcaza exterior (3 en la parte posterior y 3 en la parte anterior). Con lo anterior podríamos deducir que el número de alambres forrados, tornillos ajustadores, sistemas de pasador unidos a dichos tornillos y nº de alambres utilizados como resortes de amortiguamiento fué igual a 6.

Teniendo prácticamente concluido el sistema de suspensión de nuestro futuro modelo, objeto de estudio, el siguiente paso consistió en tratar de proteger ó en otras palabras sellar tanto los lados laterales de dicho aparato (con esto se refiere a la parte posterior y anterior de la carcaza), lo mismo que circunsferencialmente.

En cuando al sellado circunsferencial (al rededor de la carcaza) lo que se utilizó fué un material de cartón comprimido, el cual antes de su fijación con la carcaza, fué

necesario cortarlo en un número igual de piezas de tal manera que nos garantizara sellabilidad relativa en el contorno. El procedimiento utilizado para fijar dichas láminas al rededor de la carcaza fué utilizar la misma cola usada para la fijación de la suspensión. Dicho montaje puede ser observado en figura n° (5).

Ahora, en cuanto al sellado lateral de la carcaza fué utilizada una chapa de aluminio en cada uno de sus extremos. Las características de ambas chapas serán dadas posteriormente, adelantándonos a informar que ambas fueron fijadas a la parte posterior y anterior de la carcaza por medio de tornillos en número de tres cada una; esto, evidentemente significó que hubo la necesidad de efectuar agujeros roscados en las 2 partes de la carcaza, lo mismo que en cada una de las chapas de aluminio. Resumiendo, en cada una de las chapas fueron efectuados tres agujeros con broca, distribuidos uniformemente y que correspondían a tres, efectuados también uniformemente, perode ésta vez con rosca en la carcaza (tanto en el lado posterior, como en el anterior).

También es necesario notificar que ambas chapas laterales fueron agujereadas exactamente en su centro, con los objetivos y por las razones siguientes:

En la parte anterior de la carcaza, ésto es, en la parte correspondiente al otro extremo del soporte de la bobina excitadora hubo la necesidad de dejarla medianamente visible ya que como después será comprobado era necesario para efectuar dos medidas de comparación y verificación de nuestro sistema, como ser K (constante de resorte) y C (constante de amortiguamiento).

to).

Evidentemente esta visibilidad solo podía ser conseguida (aparte de que también era preciso su tactabilidad), haciendo un pequeño agujero central a la chapa de aluminio que corresponde a dicho lado. Esto puede ser observado en figura (nº 5).

Por otro lado, en la parte posterior de la carcaza, esto es, en la parte correspondiente al extremo saliente del soporte de la bobina excitadora y por razones obvias fué necesario tambien efectuar un agujero localizado en el centro de la chapa de aluminio, que sería unida a la carcaza por medio de tornillos y que correspondía a dicho lado.

Podría surgir a estas altura la duda en cuanto a la necesidad del sellamiento tanto lateral como circunferencial de dicha carcaza, pero nos encontramos ante la necesaria operación de hacerlo en vista de dos circunstancias preliminares que podrían provocar distorsión dela realidad en cuanto a las medidas que se efectuaron. Esto es:

1) Ya que está presente un imán es muy importante tratar de evitar el menor número de adherencias metálicas a él, ya que probablemente contribuirían a perjudicar el valor de la constante de amortiguamiento del sistema, provocado específicamente por una inesperada y posible fricción, aun después de tener regulada la suspensión, entre el soporte de la bobina, ó la bobina en sí, con el imán.

Lo anterior sería una de las posibles causas que nos llevarían a concluir acontecimientos no verídicos, ya que al final de cuentas y como lo mas seguro ocurriría, todas las medidas efectuadas se verían influenciadas, por las probables y descontroladas posibilidades de adherencias metálicas.

2) Como supuestamente las medidas que serán efectuadas, requieren un alto grado de sensibilidad y precisión, se creyó necesario no olvidar en el mejor de los casos, la influencia que el aire podría provocar en el movimiento axial de la bobina y consecuentemente en la obtención de medidas y resultados satisfactorios, dignos de crédito.

Éstas dos razones, unidas a el hecho de que ambas chapas de aluminio podrían ser utilizadas para la fijación del aparato de trabajo, fué lo que nos indujo a sellar de esta forma el imán y por consiguiente la bobina excitadora.

Otro detalle de construcción en lo que a las chapas de aluminio se refiere fué el siguiente:

Tal como lo enunciamos anteriormente dichas chapas fueron utilizadas indirectamente para la fijación del aparato excitador (alto parlante) en una mesa de trabajo; y dicha fijación fué realizada como a seguir se describe:

Ambas chapas de aluminio fueron perforadas en ambos extremos inferiores de tal manera que por sus agujeros respectivos pasaran pasadores en forma de barras y roscados en am

bos extremos. En otras palabras cada una de dichas chapas aparte, de ya tener hechos 3 agujeros correspondientes a la fijación con la carcaza y el agujero central cuya función para cada una de ellas está descrito en páginas anteriores, tubo la necesidad de ser perforada en la parte inferior ya ambos lados, con el objetivo de fijarla por medio de dos pasadores roscados en sus extremos a la mesa de trabajo.

Como es evidente, podemos concluir que ya que ambas deben ser perforadas, ambos pasadores las atravesarán, asegurando la rigidez entre chapas y pasadores por medio de tuercas hexagonales que se desplazan simultaneamente sobre ambos extremos roscados de dichos pasadores. Para mejor comprensión de lo antes enunciado puede ser vista la figura n° (5).

Ahora bien para la fijación definitiva (en cuanto a las experiencias a ser realizadas, ya que como hasta el momento puede ser observado, el sistema presenta un relativamente buen grado de versatilidad en cuanto a montaje y desmontaje se refiere), de dicho aparato con la mesa de trabajo lo que se hizo fué colocar dos pasadores en forma de grada a cada lado de la protección circunsferencial de la carcaza de tal manera que en la grada que estaba en contacto con la mesa de trabajo se perforó con una broca de tal manera que dicho agujero resultante fuera atravesado por un tornillo de fijación, que claro está, tendría su camino de avance, en la mesa de trabajo.

Evidentemente y como intuitivamente puede ser sentido, el hecho de apretar dicho tornillo de fijación con-

tra la mesa de trabajo, nos provocaba una presión ejercida por la grada superior de la grampa y en contacto directo con el pasador que atravieza las dos chapas de aluminio, de tal manera que al tener un apriete razonablemente alto, todo el aparato excitante quedaba completamente fijo sobre la mesa de trabajo.

Para ver detalles gráficos en cuanto a todo lo anterior, es preciso fijar nuestra atención en la figura n° (5).

Hasta este punto lo único que hemos mostrado son detalles generalizados (como debe de serlo) en lo que se refiere a la construcción de las diferentes partes de nuestro aparato excitador, así como también lo referente a sus montajes y su fijación definitiva como conjunto, de tal manera que nos permita tener un sistema referencial de construcción para proceder con lo siguiente.

El paso que a continuación fué dado consistió en realizar una adhesión mecánica que tuviera al igual que el excitador un movimiento estrictamente axial.

El objetivo de dicha adhesión mecánica que por otra parte sería unida directamente a la parte posterior de la bobina excitadora, esto es, al lado saliente de la misma, fué:

1) Que sirviera como una contraparte para el estudio de los principales características del sistema, esto en otras palabras puede ser interpretado así:

Envista del sistema, por nosotros utilizado, ó sea sin dicha adición mecánica, era virtualmente imposible efectuar un estudio amplio y completo, dadas las características de nuestros aparatos a disposición.

Por ejemplo, puede ser citado el caso a modo general que cuando se generaba una determinada frecuencia de entrada en nuestro excitador el movimiento resultante era infinitamente pequeño y que dadas las características del aparato registrador de movimientos (fotodiodo resistivo) no se podían persivir. Por el contrario, si hacíamos uso de un amplificador de tal manera que dicho movimiento que sale del excitador fuera ó tuviera mas amplitud se corría el riesgo de trabajar en una pequeña faja de frecuencias, ya que aun con el nivel del amplificador en una escala media, no era remoto que la destrucción ocurriera (particularmente en el sistema de suspensión y bobina excitadora).

2) Fué necesario realizar dicha adesión mecánica con el objetivo de tratar de seguir en la mejor manera posible el desenvolvimiento teórico existente y por consiguiente facilitar su estudio.

Tal como se enuncia anteriormente se procedió entonces a la construcción de dicha adesión mecánica; básicamente ella consiste de lo siguiente:

1) Un soporte en forma de U invertida, hueca, de aluminio y que tiene salientes laterales, los que permiteron la realización de 4 agujeros (2 de cada lado) con el objeti-

vo de hacer pasar por ellos tornillos de fijación cuyo camino de desplazamiento sería el agujero con rosca efectuado sobre y a través de la mesa de trabajo. Evidentemente entonces, para la fijación de dicha pieza sobre la mesa de trabajo fué necesario hacer 4 agujeros sobre la misma (correspondientes a los 4 que anteriormente habían sido efectuados en la pieza). Como un detalle mas de construcción, es necesario resaltar que para facilitar proceso de alineamiento entre parte posterior de la bobina excitadora (parte saliente de la misma), y adhesión mecánica, se descidió que en vez de unir directamente la pieza en U con la mesa de trabajo, sería conveniente interponer 4 gomas (una para cada agujero), entre pieza y mesa. Lo anterior y repitiéndolo nuevamente era con el objetivo de evitar quedar en situaciones forzadas de alineamiento entre bobina y adhesión mecánica (barra colgada), lo cual podría provocar entre muchas cosas lo siguiente:

- 1) Obtención de movimientos no puramente axiales, lo cual significaría que estaríamos trabajando con un modelo que se desconocía o en el mejor de los casos, que no estábamos interesados en estudiar.

- 2) La peligrosidad de destrucción en lo referente a los trabajos efectuados anteriormente. Con esto nos referimos a la delicada suspensión, lo mismo que al material con que estaba construido alguns componentes del soporte dela bobina excitadora. Para mayores detalles ver figura nº (6). Continuando con la descripción de la pieza en U invertida es preciso señalar que en la parte superior de la misma fueron efectuados 4 agujeros roscados con el objetivo de que por ellas pasaran o se desplazaran

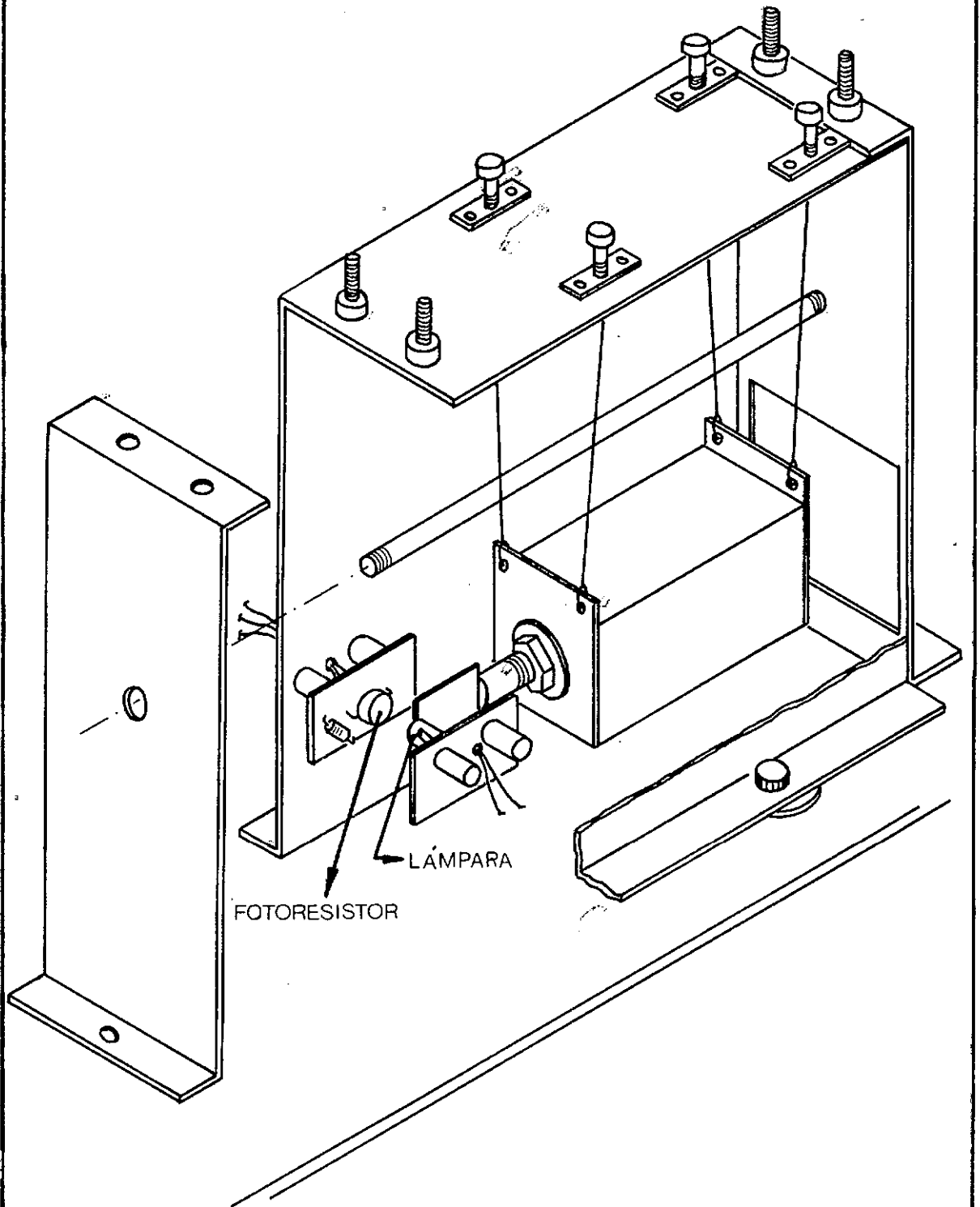


FIG N°6

4 tornillos de regulación cuya función sería regular el desplazamiento vertical de la barra colgada y aderida a ellos.

3) Como segundo componente de lo que se viene llamando adhesión mecánica, está la barra colgada. Dicha barra consiste de un taco de metal fresado, rectangular y hueco. El material con que fué fabricada es acero y lo que se hizo con ella fué lo siguiente:

En vista de que se estaba interesado en unir dicha barra con parte saliente de la bobina excitadora (al cual venimos dándole el nombre de lado posterior) y además sabiendo que era atravesada en la dirección axial, se procedió a hacer pasar un tornillo largo, el cual como es de esperarse por un lado tiene una cabeza hexagonal y por el otro rosca.

Dicho tornillo realmente facilitó todas las maniobrabilidades sobre la barra, ya que por el lado de la cabeza se le infirió axialmente un pequeño agujero roscado, con el fin de que sería el punto de unión entre dicha barra y parte saliente de la bobina (que termina en un tornillo). Por el otro lado se trabajó en el de tal forma que se obturó una pequeña ranura en la dirección radial, con el objetivo de servir de apoyo y punto de fijación a una laminilla metálica, cuyos propósitos posteriormente serán enunciados. En vista de que ya se tenía una solución para la fijación de la barra con la bobina, pero sabiendo además que no bastaba, ya que era necesario colgar la barra en los cuatro tornillos que atravesaban la pieza en U invertida se descidió que anteponiéndose entre cabeza y barra, lo mismo que entre rosca del o

tro lado del tornillo y barra, estarían una arandela y una chapa de acero de las mismas dimensiones laterales de la barra. El objetivo de las arandelas era para dar mayor seguridad después del apriete de la rosca del tornillo a todo el sistema.

Por otro parte, el objeto de dichas chapas sería que después de ser perforadas exactamente igual, ambas en los extremos superiores (dos agujeros), permitirían que dicha barra fuese colgada.

Finalmente para efectuar la unión entre la barra (por intermedio de las chapas) y los 4 tornillos fué utilizado hilo encerado y cuyo material es nylon.

Previendo que podrian ocurrir cortes en el hilo se tomaron dos medidas de seguridad, las cuales son:

1) En cada uno de los 4 agujeros perforados en las dos chapas (2 en cada) se puso doble hilo, con el propósito de hacer substituciones eventuales. (Aqui nos referimos aun extremo del hilo, el cual es fijado ó unido directamente a los agujeros de las chapas).

El otro extremo del hilo, el cual debe de ir unido a los 4 tornillos regulables de la pieza en U, se decidió que no se uniría directamente al tornillo.

2) La segunda precaución consistió precisamente en eso, ya que primero se procedió a atravesar con una broca fina el extremo inferior del tornillo, luego se hizo pasa-

run fino alambre de cobre, que por su ductilidad, facilitó el hacer una gaza ó horca, donde se ligaría el extremo del hilo.

Esta segunda medida de seguridad se hizo para compensar la primera, ya que evitaba lo mejor posible, corta duras en el hilo provocadas por el rose del tornillo al haber, tan to, movimiento de la barra (cuando estuviera trabajando), como mo vimiento provocado por una posible regulación ó desregulación del tornillo.

Todo lo anterior fué tomado en consideración para cada uno de los 4 hilos y por consiguiente 4 tornillos.

Teniendose ésto yá, era posible ejecutar un doble regulamiento, ésto es: con los cuatro tornillos de la pár te superior de la pieza en U y con los cuatro tornillos que junto con las gomas unian la pieza en U con la mesa de trabajo. Ver figura n° (6).

Básicamente en este punto se podría afirmar que concluye lo referente al montaje y construcción de nuestro aparato a ser estudiado.

Evidentemente, descripción mas precisa en cuanto a materiales, máquinas y herramientas utilizadas no vienen al caso; pero haciendo un pequeño resumen en cuanto a lo anterior afirmamos que todo el material utilizado, lo mismo que las máquinas y herramientas fueran encontrados(as) en el laboratorio donde se procedió a realizar el presente trabajo, ésto es: en el Laborau

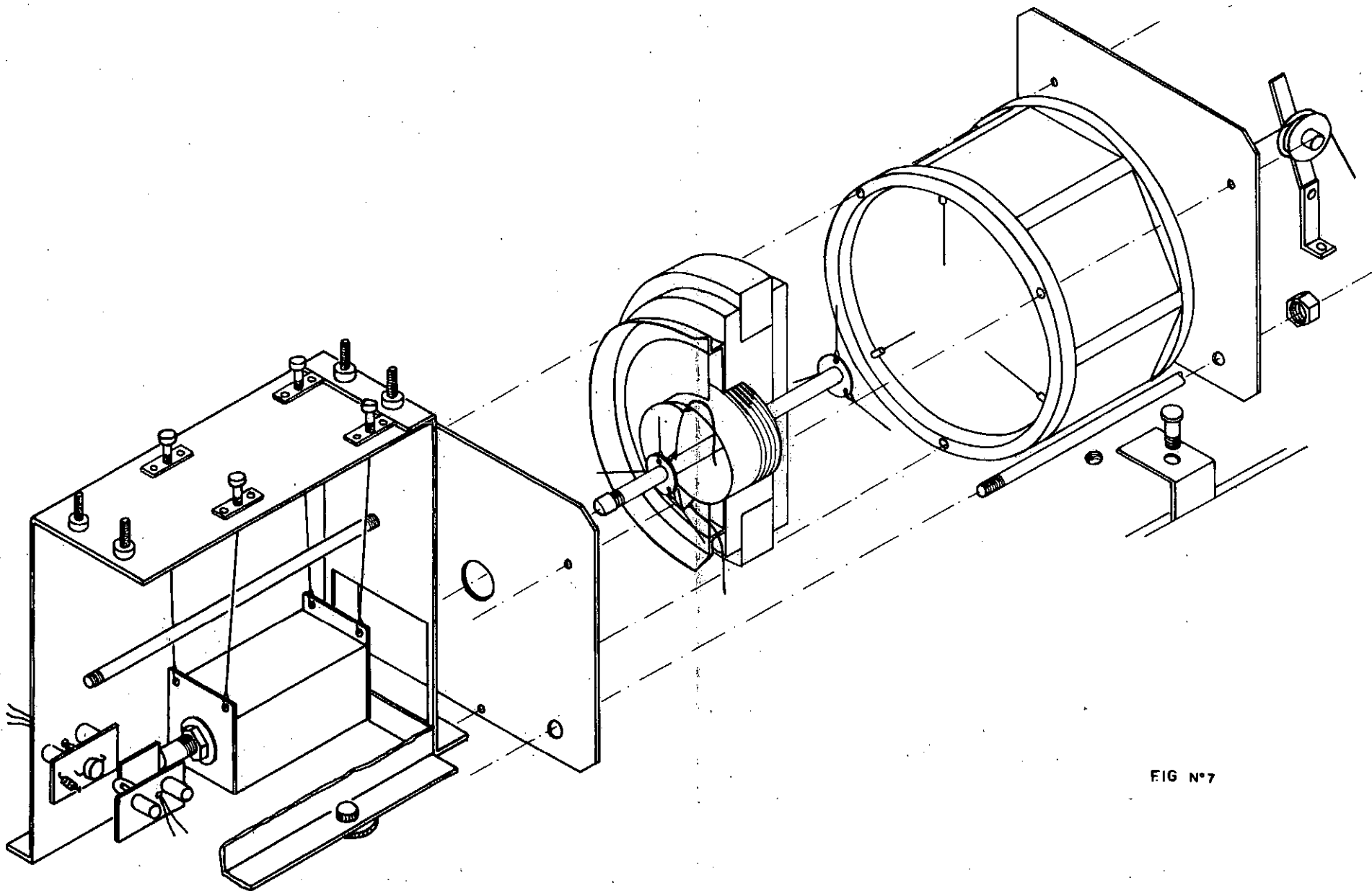


FIG N°7

torio de Dinámica de las Máquinas de la COPPE/UFRJ. Nuevamente para observar en forma mas detallada factores de construcción y montaje ver figuras n^{OS} (5 , 6 , 7).

III.3. Cálculo de la Suspensión

En vista de que dicha suspensión tiene por objetivo, impedir un movimiento que no sea axial (ya que es una de las restricciones impuestas), es necesario entonces que nos aseguremos de ello, dimensionándola de tal forma que nos asegure dicha providencia. Tal como es enunciado anteriormente, ella está constituida básicamente de tres alambres por lado, distribuidos a 120° uno del otro y teniendo como complemento de ajuste, un resorte para regular (que fueron 6) en cada uno de los agujeros efectuados en la carcaza.

Comenzaremos afirmando, que aunque si bien es cierto, la masa que sostendrán ambas suspensiones solo será la de bobina excitadora (ya que se supone alineada), para mayor seguridad se tomará la masa de todo el conjunto en movimiento, esto es,

$$M = 2,18 \text{ kgm}$$

ó

$$P = 2.18 \text{ kgf}$$

Evidentemente aquí podría surgir la duda en cuanto a que son dos suspensiones (que son iguales) las que la sostienen, pero entonces para evitarnos el uso del Factor de Seguridad (F.S.), que por otra parte es bien cualitativo, se asumirá

que cada una de las suspensiones efectúa este trabajo.

Referiéndonos nuevamente a figuras anteriores, y por la estática tenemos:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

$$T_1 = T_2 = T_3$$

Siendo que la primera de estas ecuaciones es:

$$T_2 \cos 30^\circ - T_3 \cos 30^\circ = 0$$

la segunda

$$T_1 + T_2 \sin 30^\circ + T_3 \sin 30^\circ - 2,18 = 0$$

por lo tanto, tendríamos

$$T_1 = T_2 = T_3 = 1,14 \text{ kgf}$$

En este punto podemos afirmar, que T_1 , T_2 y T_3 , son las fuerzas que actúan en cada uno de los alambres de la suspensión. (ó sea las tensiones).

Se sabe que para dimensionar una pieza que está sometida à tracción ó compresión simple, basta aplicar la conocida fórmula:

$$S = \frac{P}{A}$$

Donde, en nuestro caso P representaría cualquiera de las tensiones (ya que son iguales) y A el área del alambre.

Si nuestro material utilizado, es acero (como es el caso), se tiene

$$S \approx 3550 \text{ kgf/cm}^2 \text{ (ver Proyecto de Elementos de Máquinas, M.F. Spotts).}^{(6)}$$

Por consiguiente, de ecuación anterior tenemos:

$$A = \frac{P}{S} = \frac{T}{S} = \frac{1,14 \text{ kgf} \times \text{cm}^2}{3550 \text{ kgf}} = 0,000321 \text{ cm}^2 = 0,0321 \text{ mm}^2$$

Dicha área, representaría la mínima que se podría utilizar, para garantizar que cada uno de nuestros alambres, y por consiguiente la suspensión, no se vieran afectadas (se destruyeran).

Aumentando un poco el valor de dicha área, estaríamos nuevamente en un camino de mayor seguridad.

Por ejemplo, y tal como se hizo, se escogió un diámetro de alambre igual a:

$$d_{\text{alambre}} = 2,5 \text{ mm}$$

Esto quiere decir que su área es:

$$A_{\text{alambre}} = \pi r^2 = 4,908 \text{ mm}^2 \gg 0,0321 \text{ mm}^2$$

Como podemos ver, el diámetro utilizado, implica un sobredimensionamiento, pero para nuestro propósito es conveniente.

Teniendo lo anterior, podemos calcular también, la deformación y el alargamiento unitario que sufrirán inevitablemente cada uno de los alambres, (por efecto de la masa que sostienen). Sabemos que:

$$S = \frac{PL}{AE}$$

$$E = \frac{S}{L}$$

Siendo:

S = La deformación

E = El alargamiento unitario

E = El módulo de elasticidade
del material utilizado
($E = 2.100\ 000 \text{ kgf/cm}^2$)

Por lo tanto:

$$S = \frac{1,14 \cancel{\text{kgf}} \times 4 \text{ cm} \times \cancel{\text{cm}^2}}{0,04908 \cancel{\text{cm}^2} \times 2100000 \cancel{\text{kgf}}} \approx 0,00004 \text{ cm}$$

De aquí puede ser concluido, que la longitud por nosotros utilizada fué de 40mm para cada uno de los alambres, lo mismo que y en vista del resultado su deformación es despreciable, aun con las medidas de desplazamiento (amplitud) que posteriormente serán hechas.

En cuanto a la deformación unitaria tenemos:

$$E \approx \frac{0,0004\text{mm}}{40\text{mm}} \approx 0,00001$$

Continuando con el desarrollo de nuestro dimensionamiento, es necesario recordar que cada uno de estos alambres, trabaja específicamente como si fuera un resorte, por lo tanto y sabiendo que a cada uno de los mismos lo acompaña uno de regulamiento (el cual estaría en serie, con el resorte equivalente del alambre), podríamos encontrar entonces la constante del resorte que estamos utilizando.

Se sabe que una pieza actuando como resorte satisface la ecuación:

$$F = KX$$

Donde F en este caso sería la tensión actuando sobre el alambre y X la deformación calculada anteriormente. Substituyendo tenemos:

$$K = F/X = \frac{1,14 \text{ kgf}}{0,00004 \text{ cm}} = 28500 \text{ kgf/cm} = 279585,00 \text{ N/cm}$$

$$K = 27958500 \quad \text{N/m.}$$

Evidentemente queda claro que, ésta constante de resorte es la constante equivalente, del resorte usado como ajuste, mas el resorte equivalente del alambre utilizado.

A estas alturas, podemos entonces dar las características de cada uno de los alambres usados en ambas suspensiones.

Nº de Alambres: 6
 Longitud: 40mm
 Diámetro: 2,5mm
 Material: Acero
 Espaciados uno del otro a: 120°

En lo anterior se afirmó que X es la deformación, en vista de que dicho alambre no puede tener un desplazamiento radial considerablemente alto, porque si fuera así, el movimiento de la bobina excitadora y por ende el de todo el sistema vibratorio no sería eminentemente axial.

Bien, en este momento y aun cuando ya se tiene sobre dimensionada dicha suspensión es necesario tomar en consideración el movimiento de la misma, cuando el excitador se vea afectado por una fuerza de excitación periódica, esto es, cuando la masa vibratoria comience a vibrar.

O sea, con lo anterior significa que

estamos interesados en calcular el máximo desplazamiento posible de dicha suspensión.

Si asumimos que el diámetro de la carcaza (donde está la suspensión), es la longitud de una viga do-blemente empotrada, despreciado fricción y el propio peso de di-cha viga (que en este caso es la suspensión) tenemos.

$$x_{\max} = \frac{wL^3}{192 EI} \quad (\text{Ver formulas For Stress and Strain; Roark, Young})^{(10)}$$

Donde:

x_{\max} = Desplazamiento de la suspensión máximo en la direc-
ción axial.

w = Magnitud de la fuerza aplicada, y ya que la bobina
está alineada, se asume que dicha w ocurre en el
centro de la suspensión y por lo tanto en el cen-
tro de la viga.

I = Momento de Inercia de la viga, que por ser de sec-
ción circular tomará el valor $I = \frac{\pi R^4}{4}$

Asumiendo que la magnitud de la fuer-
za aplicada no ultrapasará los 35 Newton tenemos:

$$x_{\max} = \frac{35 \text{ kgf} \times \text{cm}^2 \times 4 \times (10\text{cm})^3}{9,81 \times 192 \times 2100000 \text{ kgf} \times \pi \times (0,125)^4 \text{cm}^4}$$

$$x_{\max} \approx 0,138441 \text{ cm}$$

Puede ser notado entonces que el desplazamiento máximo que se obtendrá, asumiendo como fuerza máxima 35 Newton, es relativamente bueno para las medidas en que estamos interesados (ya que como ocurrió en la calibración del sensor puede ser observado que los valores alcanzados en el reloj comparador, que por otra parte mide el desplazamiento de la suspensión, son menores que el máximo) como última recomendación que se dá es tá el hecho de que con tales dimensiones calculadas de la suspen sión, ella permanece el tiempo todo trabajando sin sufrir proble mas de destrucción (ya que está sobre dimensionada).

CAPÍTULO IV

BANCA DE TRABAJO

IV.1. Introducción

Habiendo concluido la construcción y el montaje de lo que sería nuestro modelo experimental se llegó al punto de decidir cual sería la forma de medir los desplazamientos axiales de dicho sistema. En otras palabras, ya que nuestra intención inicial era tratar de establecer una relación entre la frecuencia introducida al excitador y la amplitud generada en el mismo ¿ como podría ser hecha dicha medida de amplitud, aprovechando por supuesto de una manera racional lo que hasta entonces estaba hecho?

Decimos que nuestra intención inicial era esa, ya que por ese punto era preciso comenzar, debido a que si obteníamos dicha información, los cálculos subsecuentes que involucran las otras variables, serían probablemente encontrados.

Como se menciona en la parte referente a la teoría (modelo teórico) y construcción y montaje, el movimiento de nuestro modelo debería ser eminentemente axial.

IV.2. Descripción del Fotorresistor

Aprovechándose entonces de esa situación, nuestro transductor consistió de lo siguiente:

Existen actualmente en el mercado unos aparatos llamados fotoresistores que tienen la particularidad de variar su resistencia eléctrica en función de la cantidad de

luz que les llega. En vista de eso se procedió a montar uno de estos fotoresistores en una plancheta propia, para montaje de elementos eléctricos. Para detalles de marca y precisión, ver páginas posteriores.

Simultaneamente y en otra plancheta propia también para montaje de elementos electrónicos, se procedió a ligar por medio de soldadura, una pequeña y común lámpara de 2.5 Volts. Teniendo ambos montajes, ésto es, el del foto diodo sobre una plancheta (por medio de soldadura) y el de la lámpara (por incrustación forzada), se procedió a colacarlos en los lados laterales y opuestos de la pieza en U invertida que es enunciada en la sección referente a construcción y montaje.

Para esto es necesario señalar que tanto el fotoresistor, como la lámpara deberían en el mejor de los casos quedar situados diametralmente opuestos, ya que supuestamente la veracidad e influencia de la luz de la lámpara en el fotoreistor iba ser mejor. La fijación de ambas planchetas en la pieza en U se hizo por medio de dos (2) tornillos que atravezaban tanto la pieza como las planchetas.

Para evitar posibles vibraciones tanto de la lámpara, como del fotoresistor, se interpuso 2 gomas entre plancheta y pieza que al mismo tiempo eran huecas y por consiguiente atravezadas por los 4 tornillos (2 en cada plancha). Ver figura n° (7).

Otro detalle en cuanto al montaje tan

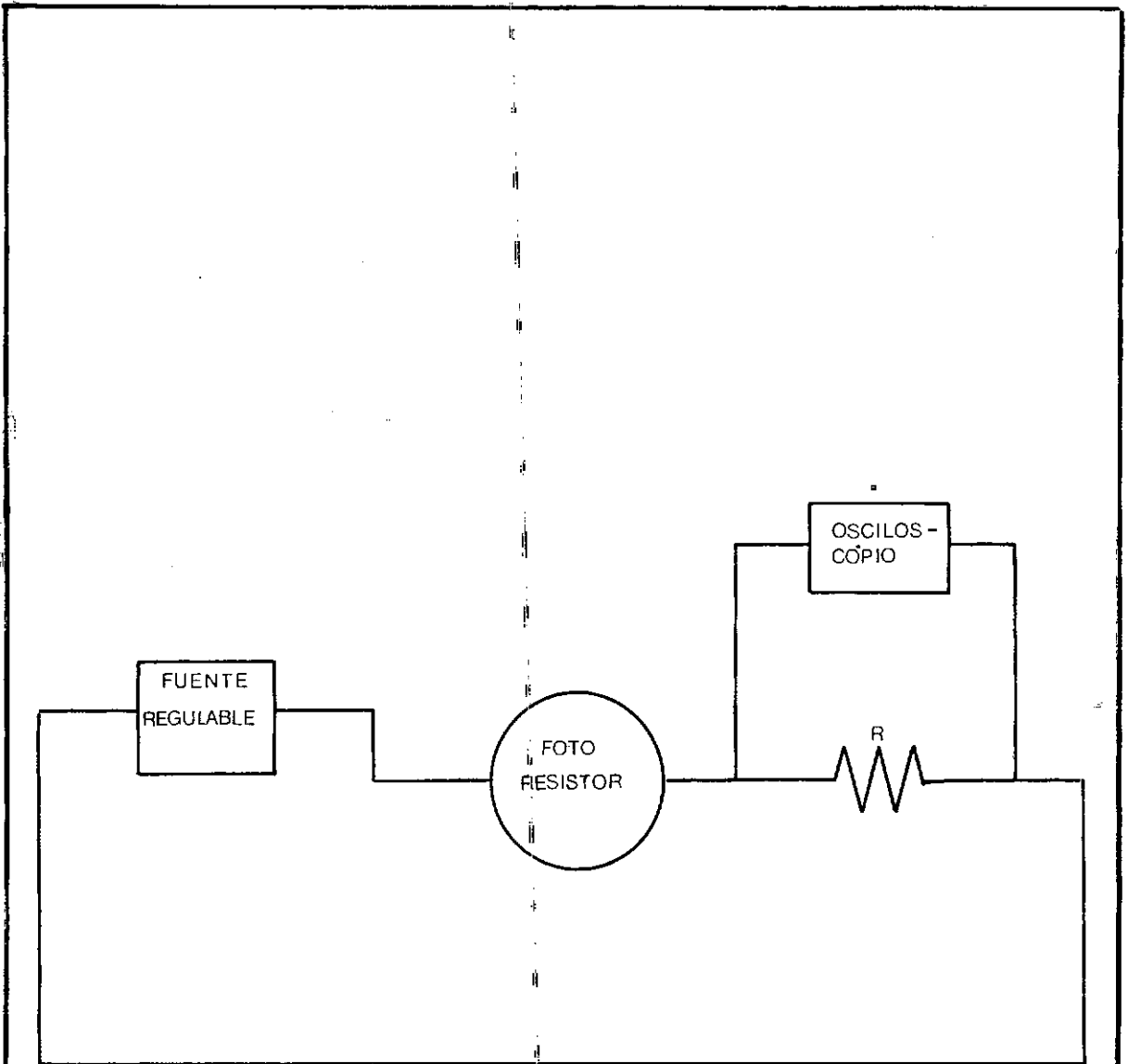
to del fotoresistor, como el de la lámpara consiste en que deben ser montados en la extremidad, de la barra colgada a la pieza en U. Y lo anteriores en vista de que, y tal como se anticipa en la sección correspondiente a construcción y montaje, entre el fotoresistor y la pequeña lámpara habrá una pequeña laminilla, de aluminio y en el mejor de los casos, perfectamente bien trabajada que irá unida o ligada al extremo del tornillo con rosca que atraviesa la barra y que va unida directamente a la parte saliente de la bobina excitadora.

Esto significa en buen romance que la laminilla que se interpone entre la lámpara y el fotoresistor, estará provista del mismo desplazamiento que nuestro sistema bajo estudio.

La laminilla, cuyos detalles de construcción pueden ser vistos en figura nº (6) es básicamente el objeto que hace variar la resistencia del fotoresistor por consiguiendo la señal obtenida en el osciloscópio que valigado directamente a él; dicha laminilla modula la resistencia.

Ahora, todo el circuito eléctrico para poder realizar las necesarias mediciones está mostrado en la figura nº (9).

En vista de que a estas alturas no se tiene ninguna relación clara entre lo que es el desplazamiento y la frecuencia generada y absorvida respectivamente por el modelo, es necesario que prosigamos explicando lo siguiente:



FIGNº9

Si por cualquier medio, por ejemplo, con el dedo se le imprime un pequeño desplazamiento a nuestro sistema (empujando lado anterior del soporte de la bobina, que está libre de ser tactado en el excitador), ya que la laminilla está unida a él, también se moverá provocando evidentemente una señal X en el osciloscópio. Si ahora repetimos lo mismo, pero esta vez cambiando intuitivamente dicho desplazamiento, esto es, empujando mas o menos, la señal que aparecerá en la tela del osciloscópio, provocada por el cambio de resistencia en el fotoresistor, probablemente será Y. Esto nos induce a pensar, que si en lugar del dedo, utilizáramos un aparato patronizado, como ser un reloj comparador, perfectamente bien podría ser obtenida una gráfica, cuyos componentes serían, lo leído en el reloj comparador (que prácticamente sería la amplitud del movimiento) y lo leído en el osciloscópio.

Continuando con procesos constructivos es necesario señalar que por su alto grado de sensibilidad, dicho fotoresistor se ve afectado por la frecuencia de la luz utilizada comercialmente, por lo que fué preciso sellar también (asi como se hizo con el excitador), la que venimos llamando adición mecánica.

Este sello básicamente y en términos generales consistió de dos tapaderas colocadas en los lados posterior y anterior de dicha adición.

La fijación de ambas se hizo por medio de tornillos que atraviezan tanto la pieza en U invertida, como dicha tapadera (2 tornillos para cada una).

En vista de que ambas tapaderas tenían la misma anchura y altura que la pieza en U (lados), fué necesario unir las también a la mesa de trabajo por medio de tornillos (uno para cada tapadera).

Dichos tornillos atravezaban el saliente de cada tapadera y se introducían en el agujero roscado que se efectuó sobre la mesa de trabajo.

Finalmente y como puede ser observado en figuras anteriores, la tapadera correspondiente al lado anterior de la pieza en U está con un agujero central en forma rectangular de tal manera que permitiera la unión entre la parte saliente de la bobina excitadora y la barra que cuelga en los cuatro tornillos unidos a la pieza en U.

IV.3. Relación Amplitud-Frecuencia

En este momento nos encontramos a los albores de lo que podría llamarse el comienzo definitivo de nuestro estudio, esto es, la obtención, relación y comprensión de datos que posteriormente tienen que ser relacionados con el modelo teórico.

Tal como es adelantado en páginas anteriores, se hizo uso de un reloj comparador para poder establecer una relación entre el desplazamiento del sistema y la señal del osciloscópio; lo que posteriormente provocaría la deseada relación entre la frecuencia y la amplitud del movimiento.

El reloj comparador fué montado y fi-

jado sobre un mecanismo de avance que previamente ya estaba construido. Para detalles de construcción en lo que se refiere al reloj comparador ver páginas subsecuentes. En cuanto al montaje del reloj comparador con relación a las medidas que fueron hechas es preciso trasladarse a la figura n° (7).

Ahora bien, teniendo ya una idea general de lo que se pretende hacer, es necesario que nos demos cuenta de antemano que ya que la señal que recibe el foto-resistor es función del cambio de su resistencia provocado por un súbito cambio de luz; probablemente dichas señales no regirán una función lineal en relación al cambio del valor de la resistencia. Dicho en otras palabras, es necesario averiguar en que faja del reloj comparador, las señales leídas en la tela del osciloscópio siguen una relación lineal.

Consecuentemente en función de lo anterior fué necesario dar como siguiente paso, la encontrada de dicha zona de linealidad.

Después de tener montado el reloj comparador en el mecanismo de avance, se colocó perpendicularmente apoyado en el lado anterior del soporte de la bobina excitadora; que como se enuncia páginas atrás era visible, ya que la chapa de aluminio que sellaba ese lado de la carcasa está perforada precisamente para ésto.

IV.4. Calibración del Fotoresistor

Dando a continuación una pequeña descripción de lo que es la calibración tenemos: El teste ó prueba de

linealidad consiste en verificar el comportamiento del sensor en lo que se refiere a la relación entre la variación de la posición de la laminilla y la señal eléctrica generada (que debe ser esperada lineal en un determinado tramo).

La prueba puede ser hecha utilizando un micrómetro ó un reloj comparador (en este caso, cualquiera de los dos representaría el sistema del cual se quiere conocer el desplazamiento, como lo manifestamos anteriormente, nosotros hicimos uso de un reloj comparador).

Una laminilla es ligada directamente al micrómetro ó al reloj comparador (dependiendo de cual de los dos se haga uso), posibilitando una lectura perfecta, de los desplazamientos de la misma. En nuestro caso lo que se hizo fué idéntico, con la salvedad que el reloj comparador en vez de estar unido directamente a la laminilla lo estaba a la parte anterior de la bobina excitadora pero que, como afirmamos anteriormente, tiene el mismo movimiento de la laminilla (igual desplazamiento).

El sensor es unido directamente al osciloscópio donde es realizada la lectura de la señal eléctrica.

De esta forma, a un determinado desplazamiento de la laminilla, corresponde una variación de altura de la señal en la pantalla del osciloscópio. Ver el diagrama simplificado en la figura nº (10).

Por lo tanto sería posible elaborar

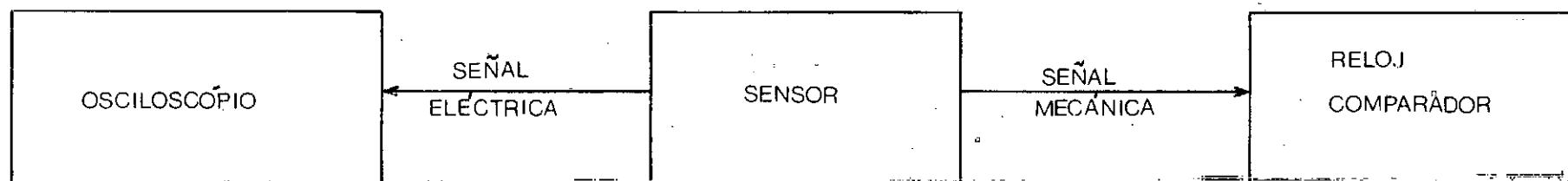


FIG N° 10

un gráfico; teniendo como ordenadas (eje horizontal) las medidas leídas directamente en el osciloscópio; y como abscisas (eje vertical) las lecturas correspondientes del micrómetro ó reloj comparador.

Para la elaboración de dicho gráfico se pueden escoger, para ambos ejes, escalas apropiadas; por ejemplo:

- 5mm corresponden a 1 unidad de la pantalla del osciloscópio;
- 1mm corresponden a 1 unidad del micrómetro ó reloj comparador.

Es probable (lo mas posible) que en el gráfico resultante habrán mas de una región donde no se cumplirá la linealidad, siendo dichas regiones los límites de la intensidad de la luz: máxima y mínima.

Por otra parte, si después de que dicho gráfico ha sido completado, y la región lineal alcanza un límite superior en unidades de desplazamiento al rango con el cual se trabajará (en este caso a las unidades de amplitud) implica necesariamente que dicho sensor trabajará siempre en la faja de linealidad.

Prosiguiendo entonces, con todas las precauciones y recomendaciones, se comenzó a hacer las medidas necesarias para encontrar dicha zona de linealidad.

Con dicho objetivo (encontrar una posible zona de linealidad), fueron realizados dos tipos de pruebas diferentes, a saber:

1) Primero se hizo el teste para tres montajes diferentes (montados lógicamente dentro de sus rangos de "normalidad").

Con dicha prueba nos estamos refiriendo a:

Después de desmontar pieza por pieza y volver a armar toda la parte denominada adhesión mecánica es aplicado un determinado desplazamiento con el reloj comparador que está ligado a la parte anterior de la bobina excitadora.

Ahora bien, el criterio establecido para dar un determinado desplazamiento con el reloj comparador es intuitivo por una parte (ya que no se puede forzar demasiado la suspensión que existe en el excitador) y por la otra evidente, ya que se presupone que el desplazamiento de nuestro sistema estará dentro de límites razonablemente pequeños.

2) Seguidamente se hizo el proceso de cambiar (rotar) la posición del transductor y se realizaron medidas para dos montajes diferentes.

El objetivo de ambos testes puede ser resumido así:

a) Al hacer los tres montajes diferentes se pretendía encontrar y verificar posibles zonas de linealidad. Con el consecuente error de construcción, de lectura, y errores propios de los aparatos de medida se pudo verificar que dicha zona coincidió con un pequeño margen de error para los tres gráficos. Ver tabla nº (5).

b) Al rotar el sensor, se pretendía verificar las siguientes cosas, entre ellas:

1) Cual era la zona de linealidad y su posible magnitud;

2) La influencia que tendría la rotación del sensor en cuanto a su sensibilidad a linealidad de las medidas tomadas en el osciloscópio y reloj comparador;

3) Estudiar su influencia de construcción (ya que al ser rotado dicho foto resistor, su resistencia variaría posiblemente en forma diferente, bajo la acción de la luz, ya que por razones geométricas, lo mas seguro ambas situaciones no eran similares).

Después de obtenerse las 5 gráficas, se pudo llegar a dos conclusiones:

1. Aún después de desmontar todo el equipo (primero para los tres testes, y luego para los dos testes con el sensor rotado); las medidas hechas en la pantalla del osci-

los cópico eran muy similares lo cual nos indujo a pensar que los posibles naturales errores de construcción, si bien es cierto están presentes, no es menos cierto, que sean grandes.. Ver tabla nº (5) y tabla nº (6).

Por lo tanto y en vista de eso, se confió en que todos los datos obtenidos eran (por supuesto dentro de un margen de error), válidos.

2. Después de que se tenían hechos los tres primeros gráficos (casi iguales sus zonas de linealidad) se decidió compararlos con los gráficos finales, obtenidos por la rotación del sensor y se observaron dos hechos interesantes:

a) La zona de linealidad se redujo, como puede ser observado comparando tabla nº (5) con tabla nº (6);

b) Los valores leídos y testados para los mismos puntos que cuando no estaba rotado dicho sensor, eran muchos mayores.

En vista de las dos razones anteriores y teniendo en consideración que entre mayor fuese la zona de linealidad, mas seguridad ofrecía, se decidió que para continuar con el trabajo, se iba a trabajar con el sensor en la misma forma como el estaba montado para la elaboración de tabla nº (5) (se escogió medida nº (2) y se elaboró gráfico nº (6).

Después de volverse a desmontar y montar para la posición definitiva de trabajo, se volvió a hacer una cuarta prueba que básicamente

camente dió los mismos resultados con que fué elaborada grafica n° (6) y su respectiva ampliación de la zona lineal, mostrada en grafico n° (7).

Es necesario hacer notar que dicha prueba fué obtenida después de que se realizaron tres mediciones consecutivas para un mismo montaje. (Dejando entre prueba y prueba un espacio de 1/2 hora, con el objetivo de permitir estabilidad y resfriamiento en los aparatos eléctricos utilizados, los cuales, según el diagrama que muestra el circuito completo utilizado para hacer las medidas, solo son: un osciloscópio y una fuente).

Una observación que podría ser considerada en trabajos futuros seria ver como influye la distancia que hay entre la lámpara y el foto-resistor, ya que como es lógico suponer al interponerse la laminilla entre ambos, el haz de luz que le llega a la resistencia del foto-resistor probablemente no será igual, si la lámpara estuviera más ó menos cerca de él. Ver figura n° (11).

Nota: Para mejor comparación de zonas lineales obtenidas con y sin el sensor rotado, se decidió elaborar gráfico n° (8) (el cual puede ser comparado con gráfico n° (6)).

INFLUENCIA ENTRE LAS DISTANCIAS
FOTORESISTOR-LÁMPARA Y OTRAS

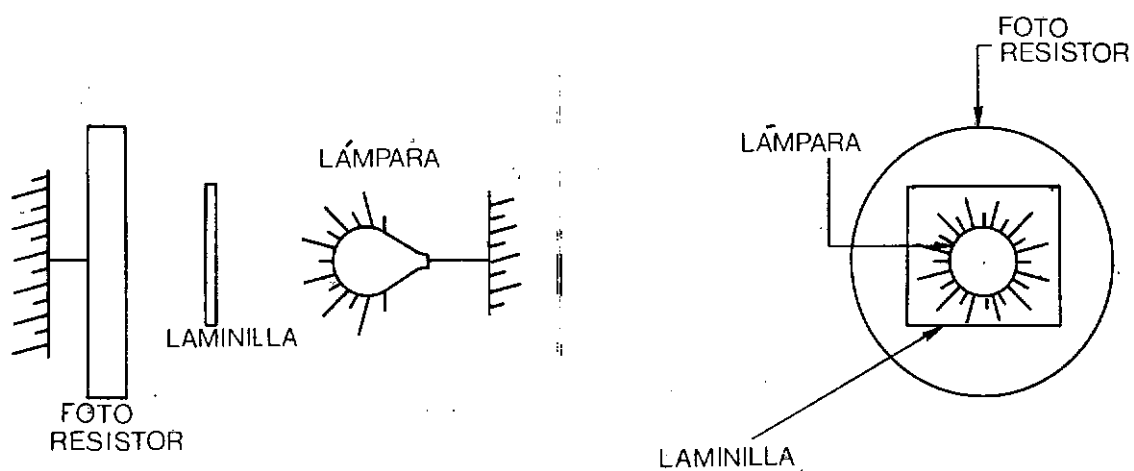
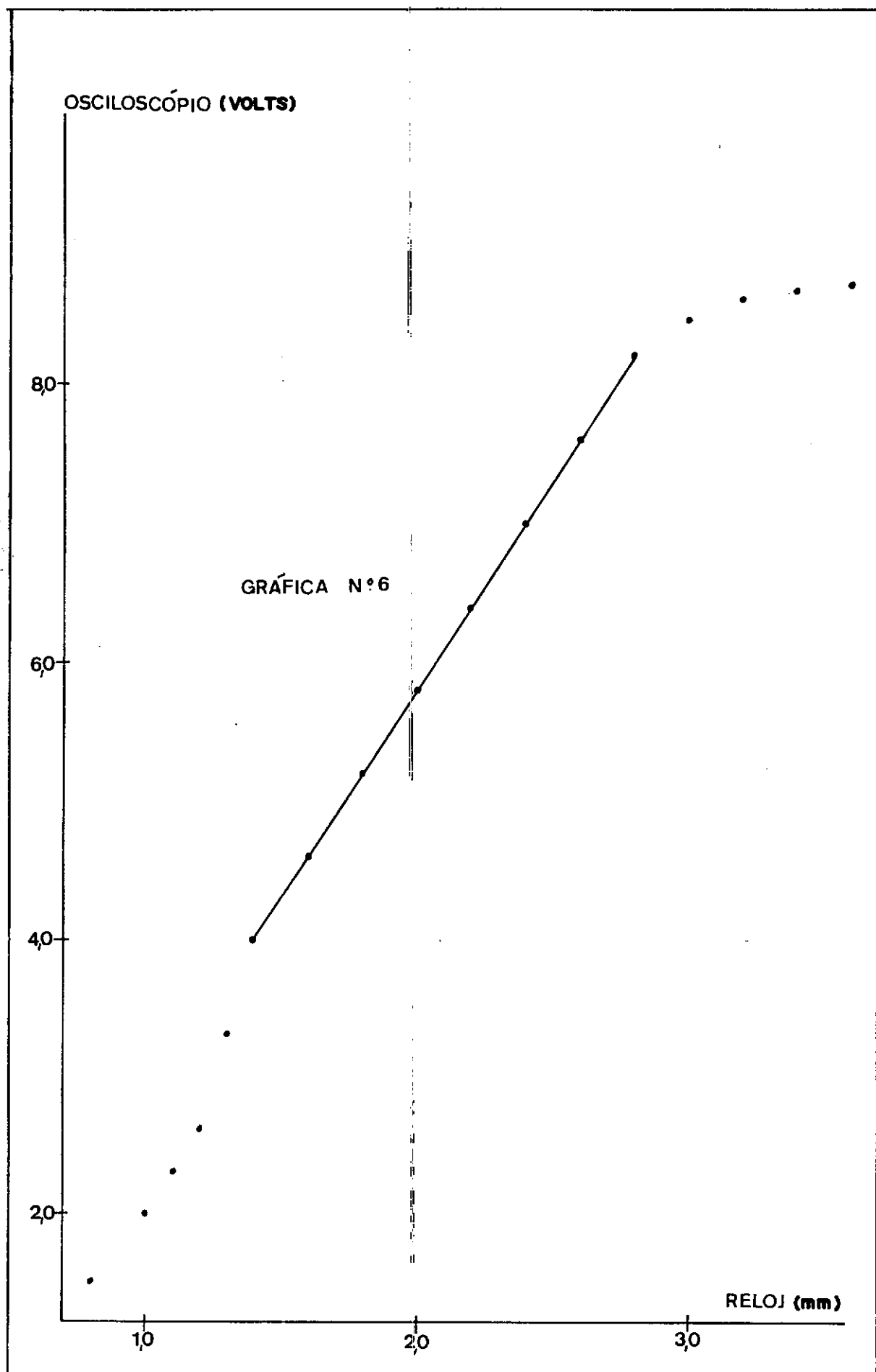
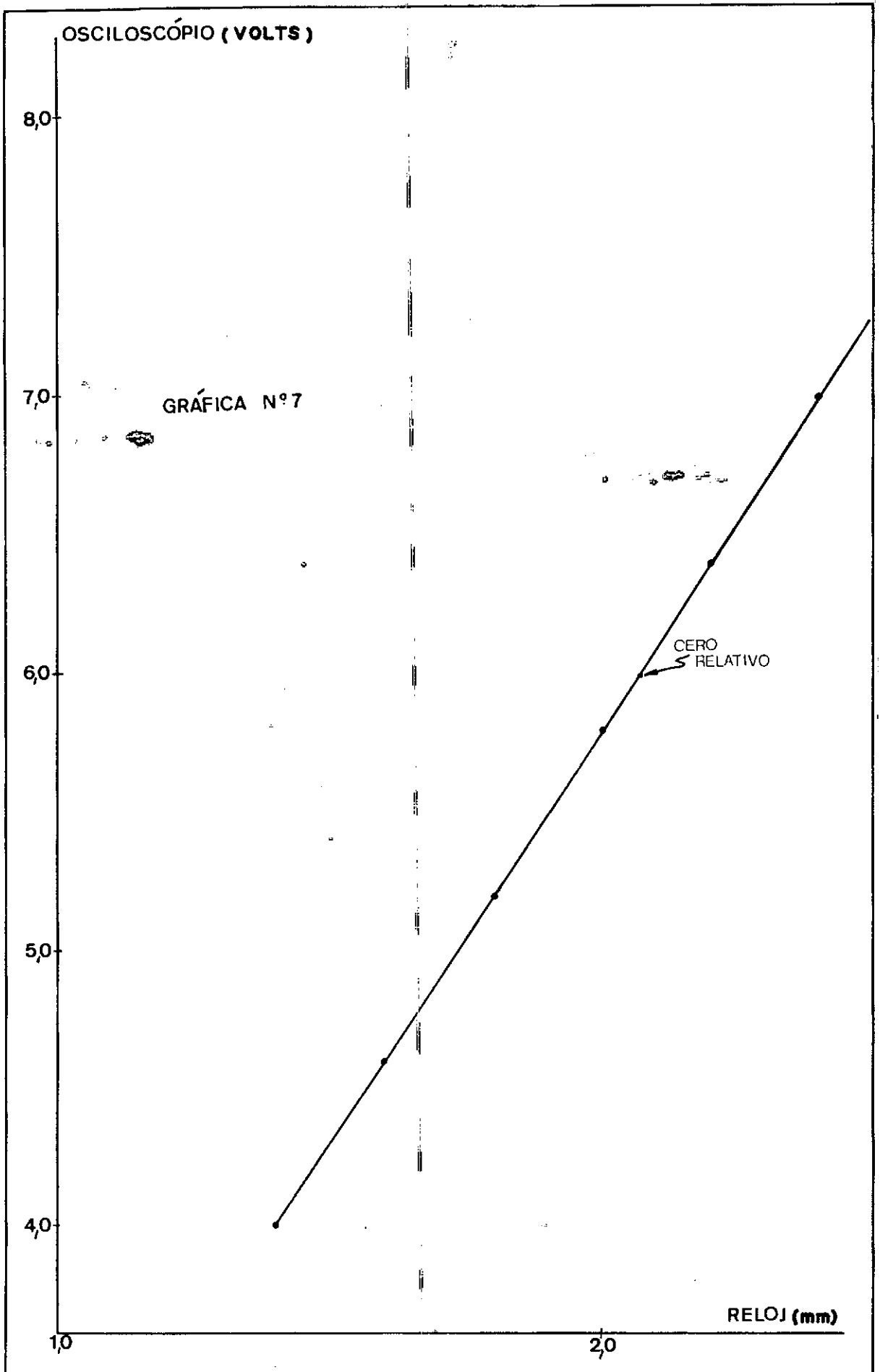


FIG N°11

RELOJ	OSCILOSCÓPIO	OSCILOSCÓPIO	OSCILOSCÓPIO
(mm)	Volts	Volts	Volts
	Montaje Nº 1	Montaje Nº 2	Montaje Nº 3
0,20	0,300	0,300	0,300
0,40	0,650	0,600	0,600
0,60	1,000	1,000	1,000
0,80	1,500	1,500	1,500
1,00	2,000	2,000	2,100
1,10	2,300	2,300	2,400
1,20	2,650	2,600	2,700
1,40	3,900	4,000	4,100
1,60	4,500	4,600	4,700
1,80	5,100	5,200	5,300
2,00	5,700	5,800	5,900
2,20	6,300	6,400	6,500
2,40	6,900	7,000	7,100
2,60	7,500	7,600	7,700
2,80	8,100	8,200	8,650
3,00	8,700	8,450	9,000
3,20	8,850	8,600	9,200
3,40	8,900	8,650	9,250
3,60	9,000	8,700	9,300
3,80	9,050	8,750	9,350
4,00	9,075	8,800	9,400
4,20	9,080	8,825	9,450
4,40	9,100	8,850	9,475
4,60	9,150	8,875	9,500
4,80	9,150	8,900	9,500
Escalas :	0,10	0,10	0,10
	0,05	0,05	0,05

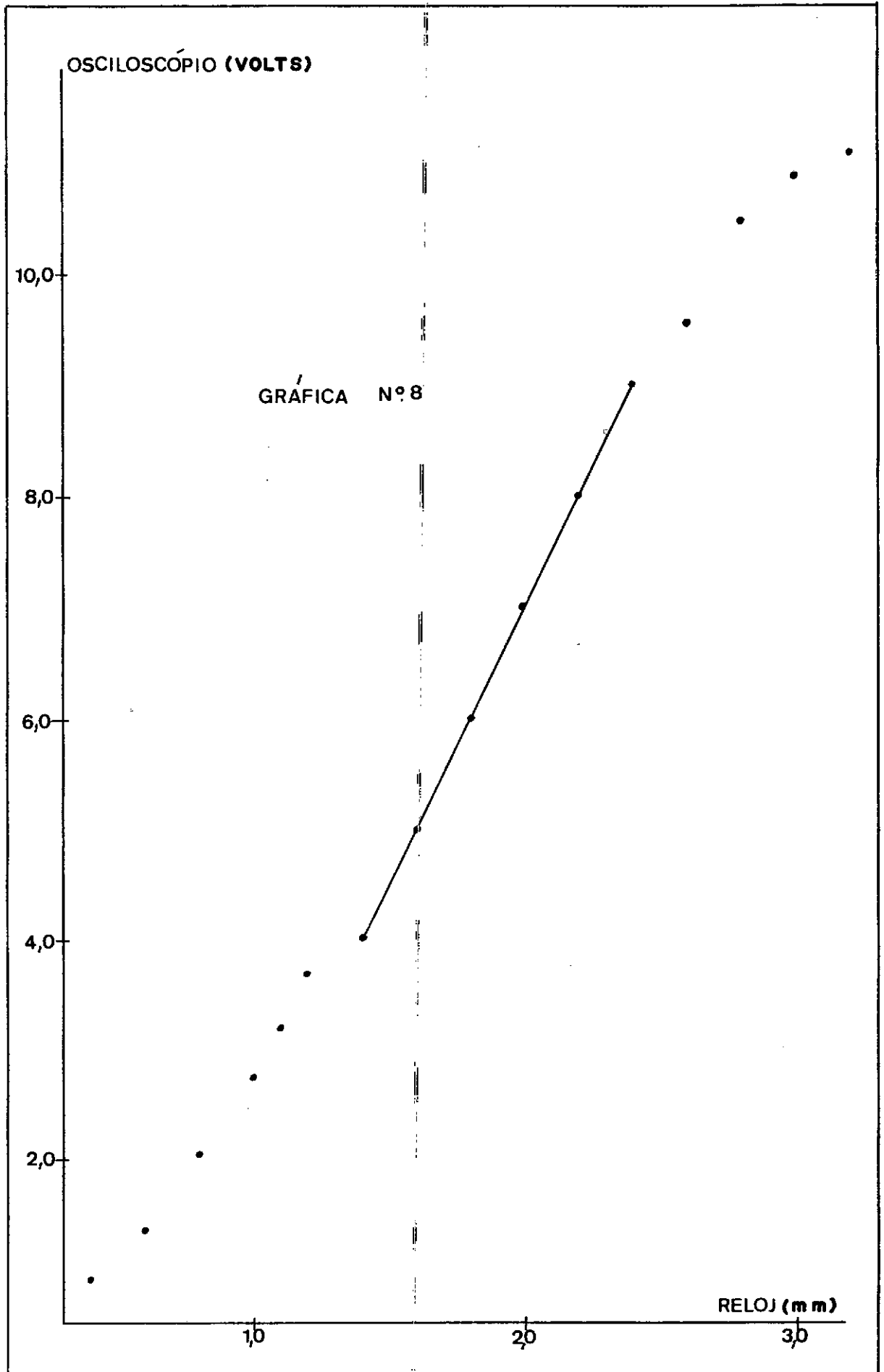
Tabla nº 5





RELOJ	OSCILOSCÓPIO	OSCILOSCÓPIO
(mm)	Volts	Volts
	Montaje N° 1	Montaje N° 2
0,20	0,400	0,405
0,40	0,890	0,900
0,60	1,370	1,350
0,80	2,055	2,050
1,00	2,740	2,750
1,10	3,150	3,200
1,20	3,630	3,700
1,40	4,000	4,000
1,60	5,000	5,000
1,80	6,000	6,000
2,00	7,000	7,000
2,20	8,000	8,000
2,40	9,000	9,000
2,60	9,600	9,550
2,80	10,435	10,450
3,00	10,875	10,870
3,20	11,060	11,060
3,40	11,125	11,140
3,60	11,250	11,275
3,80	11,315	11,320
4,00	11,345	11,350
4,20	11,350	11,370
4,40	11,375	11,390
4,60	11,435	11,420
4,80	11,500	11,500
Escalas :	0,10	0,10
	0,05	0,05
	0,02	0,01

Tabla n° 6



De gráfico y tablas anteriores puede ser notado, que se trató de ser congruente con las escalas utilizadas, y lo anterior proviene del hecho de que es necesario tener una escala estandarizada, ya que, como veremos posteriormente, al hacer las medidas con el generador de señales puesto en marcha, para poder entrar en la zona de linealidad del sensor será necesario que todas las escalas sean iguales. El problema de tener que usar una faja bastante grande de escalas es provocado por el hecho de que muchas veces, talvez se comenzaba con una de ellas y llegaba el momento en que la señal proveniente del osciloscópio, no variaba lo suficientemente.

En éste preciso momento era necesario cambiar la escala, con el objetivo de visualizar mejor el cambio ocurrido en la pantalla.

Y es por esta razón que muchas veces se llegó, en una sola medida, a utilizar 4 escalas diferentes. Nuevamente es preciso recordar que aun usando muchas escalas, ellas pueden ser transformadas a una sola.

De los gráficos nº (6) y (8) puede ser obtenida también la comprobación experimental de las zonas en que el sensor recibe mas y menos luz (zonas fuera de la zona de linealidad).

Observando un poco el gráfico nº (7), que representa una ampliación de la zona de linealidad (en cual se hizo con el objetivo de poder trabajar mas precisamente, ó

en otras palabras interpolar mas cómodamente), se verá que dicha zona alcanza una magnitud del orden de 1,40 mm lo que evidentemente nos hace presuponer que será mayor que las grandezas probables a alcanzar.

IV.5. Discusión de Errores

Es necesario en ésta parte del trabajo realizar un bosquejo general de los errores que deben ser llevados en consideración y los cuales fueron o están implícitamente incluidos en el desarrollo del presente estudio.

Inicialmente en lo que se refiere a la bancada de trabajo no podemos olvidar lo siguiente:

a) Cada una de las componentes de lo que venimos llamando adición mecánica fué construido con elementos y materiales disponibles en el laboratorio y por ende también, con el equipo existente.

En este punto es necesario recalcar que todo fué realizado con el máximo cuidado posible; con esto nos estamos refiriendo al proceso de cortado, doblado, perforado y rosado.

Claro está, que si bien es cierto dicha adición mecánica no requiere un máximo de precisión, no es menos cierto para el caso que si la bobina está bien alineada con la suspensión (para que el movimiento sea solamente axial) podría suceder, y lo mas seguro, que al haber "errores" de alineamiento de la barra colgada en la adición mecánica, provoca un tipo de movimiento totalmento ajeno y desconocido para el presente trabajo.

Claro, cuando se menciona con "El má

ximo cuidado" significa que cada uno de los procesos realizados debe de estar enmarcado dentro de los rasgos de la "normalidad".

Aquí en la adición mecánica pueden ser posibles fuentes de error, los siguientes factores:

1. Mal alineamiento de la pieza en U invertida con respecto al excitador y con respecto a la mesa de trabajo (ésto debido a la indebida perforación en la mesa de trabajo, lo mismo que a diferente nivel de las gomas utilizadas, también y en última instancia a la desproporción existentes en los lados de dicha pieza).

2. Mala perforación de los 4 agujeros que servirán para los tornillos que detienen la barra colgada y unida a la bobina excitadora.

Ésto, unido a una escogencia de poco avance en lo que se refiere a los tornillos, provocaría un ajuste incómodo y muy posiblemente malo lo que nos volvería a llevar al posiblemente mas grave error: mal alineamiento.

3. La laminilla que se interpone entre el sensor y la lámpara debe de estar, por lo menos, en su extremo libre lo mejor acabada (a escuadra) ya que de esa forma podemos asegurar que la señal que intercepta (la luz) será igual en cada uno de sus puntos.

4. Es necesario también no olvidar,

el hecho de que tanto la barra, como el tornillo que la atraviesa deben de ser uniformes, por lo menos longitudinalmente, ya que si no fuera así, caeríamos nuevamente en mal alineamiento, y en esto caso no solo con la bobina excitadora sino que con la laminilla (Y por consiguiente con las lecturas efectuadas con el sensor).

5. Otra posible fuente de error, siempre refiriéndonos a la adición mecánica serían los hilos utilizados para colgar la barra, ya que por efecto de deformación individual y colectiva, provocan quíerase ó no un mal alineamiento.

6. Otro error es el provocado por el pequeño haz luminoso que se introduce en la pieza en U invertida , ya que por los detalles de construcción se puede ver que dicha pieza no queda herméticamente cerrada.

Ahora, si analizamos posibles fuentes de error en el excitador tenemos:

b) Al igual que la pieza en U, cada una de las partes de dicho excitador fué trabajada y proyectada con materiales y equipos existentes en el laboratorio; tanto las tapaderas laterales, suspensiones, piezas en gradas, así como las perforaciones y demás operaciones hechas, fueron realizadas con el máximo cuidado.

Entre las posibles fuentes de error existentes tenemos:

1. Deformación de la suspensión (a-

lambres) provocando en el transcurso del trabajo un desalineamiento de la bobina excitadora.

2. Indebida perforación de los agujeros que servirán para el sostén con respecto a la mesa de trabajo, del excitador, ya que aun. teniendo alineada la bobina excitadora, se encontraría el problema de su alineación con la barra colgada y aun. en el mejor de los casos, dicha alineación sería relativa.

3. Mal centramiento del imán con respecto a la bobina excitadora, lo cual nos induce a pensar que la fuerza magnética que se genera no sería uniforme.

4. Otro error que afectaría también nuestros cálculos es estar seguros de la debida construcción de la bobina excitadora.

Continuando con fuentes de error cometidos y posibles, tenemos:

c) No olvidar que cada uno de los aparatos utilizados para hacer las respectivas mediciones tienen un error inherente, que sumado a los comunes errores de lectura, nos lleva a concluir que pueden ser peligrosos en magnitud y por consiguiente nocivos.

d) El desarrollo de cada una de las partes fabricadas y montadas en todo el banco de pruebas fué realizado por el propio autor que hasta entonces notenía ninguna clase

de experiencia con maquinas-herramientas.

CAPÍTULO V

MEDIDAS

V.1. Introducción

Tal como lo enunciamos anteriormente y en vista de que ya tenemos una relación entre lo leído en la tela del osciloscópio y el desplazamiento axial (gráfica de linealidad del sensor), el siguiente paso consistiría en tratar de encontrar una relación directa entre la frecuencia que será introducida en el excitador y su amplitud que se genera, o sea el desplazamiento que ocurre.

La frecuencia será generada en un generador de frecuencias, al salir de este pasará a un amplificador, de donde al salir amplificada irá directamente al excitador.

V.2. Circuito Eléctrico y Lectura de la Amplitud

Consecuentemente, entonces es necesario que establezcamos por primera vez el circuito eléctrico total que regula nuestro sistema. (El puede ser visto en la figura nº (12)).

El amplificador tiene por objetivo, como su nombre lo indica, amplificar las señales que genera el generador.

Por motivos de seguridad (para el aparato), dicho amplificador trabajará en aproximadamente $0.5\mu A$ (Lo cual, o mejor el cual, lo podemos mantener constante por medio de la perilla que lo regula, poniendo como referencia una cinta adhesiva blanca y marcándola con la misma indicación que se lee en dicha tecla.

Otra observación importante que debe de ser he

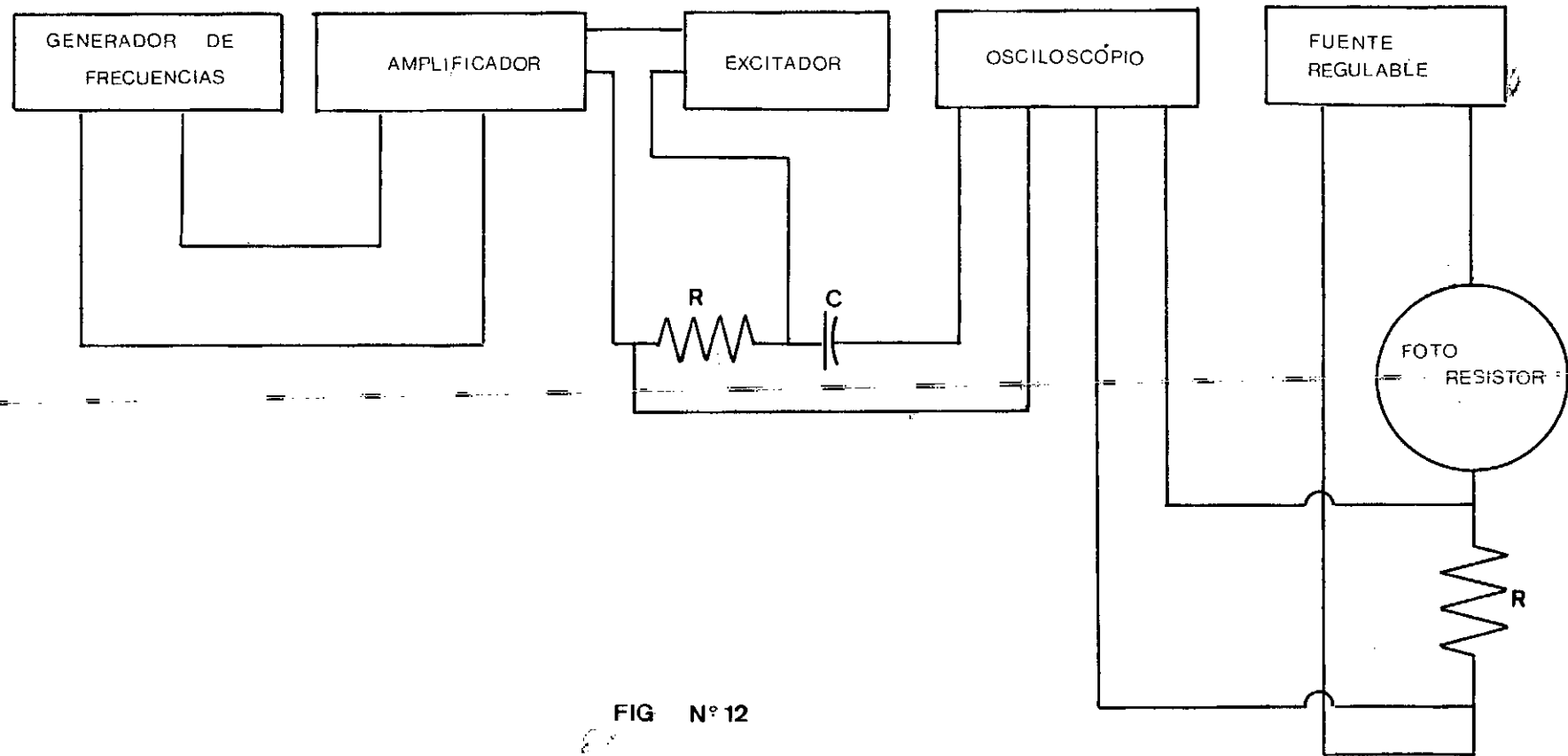


FIG N° 12

cha con respecto al amplificador es que a períodos regulares, durante su funcionamiento, debe ser tactado, de tal forma que su estado no llegue a ser excesivamente caliente, porque de esa forma las lecturas obtenidas serán erradas.

Comentando un poco el diagrama mostrado en la figura n° (12) es necesario señalar, que apesar de que la gráfica de linealidad del sensor se hizo en el canal n° 1 del osciloscópio, utilizando la escala en la perilla de volts/cm, igual a 0,10 y la perilla de corriente en D.C; Para hacer las mediciones de amplitud (ya usando el amplificador, como muestra dicho diagrama) la perilla de volts/cm será trasladada a la escala 0,01 y la teclareferente a la corriente a A.C. (También aqui no solo se usó 0,01, si no varias escalas). Posteriormente se tomará nota y al mismo tiempo se explicará de ambas remociones con respecto a la posición utilizada para encontrar la zona de linealidad del sensor.

Es necesario también mencionar que la resistencia que sale del amplificador va directamente ligada al canal n° 2 del osciloscópio, utilizándose siempre la misma posición de las perillas (osea para canal n° 2, la tecla volts/cm estará en 0,01 y la tecla de la corriente en A.C.). (Ésta escala debe ser anotada, porque servirá de referencia).

Como un cuidado, que es necesario tener presente para evitar posibles destrucciones es que la perilla denominada LEVEL en el generador de frecuencias, siempre al comenzar a trabajar debe de estar en la posición cero y después de puesto activado todo el circuito de trabajo, se irá rotando paulatinamente hasta

mas ó menos la mitad de su dial; en combinación porsupuesto con el disco indicador de frecuencias.

Cuando se va a cambiar de escala en dicho generador no olvidar volver a poner la tecla Level en su posición cero y reiniciar nuevamente su rotación.

Habiéndose dado un esboso general sobre los principales características del trabajo a ser desarrollado, no nos quedaría otra opción mas que comenzar a realizar las mediciones que nos serán utiles para poder compararlas con sus correspondientes teóricas.

Tal como se afirma en renglones arriba, para medir la amplitud se hará uso de un amplificador que va ligado directamente al excitador (ver figura nº (12)), utilizándose para hacer esa medición el canal nº1 (bien puede ser el canal nº2) del osciloscópio. La escala utilizada correspondiente a la vertical, es to es a volt/cm es en la posición 0,01.

Comentando un poco con respecto a lo de la escala, podemos afirmar, que ya que la escala que se utilizó para encontrar la zona de linealidad del sensor era 0,10 volt/cm, es preciso dividir todos los datos leídos ahora, por 10, para ser congruentes de esa forma con la gráfica de linealidad del sensor. En otras palabras cuando se vaya a interpolar en la gráfica de linealidad, es necesario que las escalas sean iguales, ya que de otra forma los resultados serían errados.

Por lo consiguiente, de lo anterior se podría concluir que cuando se quieren pasar datos de una escala menor a una mayor, siempre hay que dividir los datos leídos en la escala menor, por el número de veces que la escala mayor contiene a la menor.

El objetivo de tener la escala para la lectura de la amplitud, en 0,01 volt/cm es porque es la mas fina y consecuentemente nos permite hacer una medida mas precisa de esa gran-
deza. El porqué hay que pasarla a 0,10 volt/cm, es por la sencilla razón de que en cual quiera de los gráficos n^{os} (6) ó (7) podríamos interpolár para encontrar el valor de X (amplitud).

Ya que la zona es lineal, da lo mismo que tomemos nuestro nuevo cero de referencia en cualquier parte, (por su puesto dentro de esa zona); pero por razones de seguridad será es cogido en la zona central de dicha faja.

En cuanto a la posición actual de la tecla n° (27) (del osciloscópio) en la posición A.C. (cuando el teste de linealidad del sensor se hizo en D.C.), no tiene ninguna influencia real (Por factores de construcción inherentes al osciloscópio).

II.3. Ángulo de Fase

A continuación trataremos de exponer, como se hizo para encontrar otro dato de verificación, el cual es el ángulo de fase:

Ya que las escalas de volts/cm solo son validas para la vertical, el ángulo de fase puede ser encontrado de

la siguiente manera:

Colocar la tecla nº (38) del osciloscópio (CHOP) en la posición metida, e inmediatamente aparecerán las dos gráficas representativas de canal nº 1 y canal nº 2.

Como ha estas alturas es lógico suponer de canal nº 1 se puede obtener la información referente al movimiento de nuestro sistema bajo estudio, y de canal nº 2, la amplitud de la fuerza de excitación a que es sometido el mismo.

La diferencia de fase será el ángulo de fase .
Por ejemplo (ver figura nº (13)).

Ya que ambas medidas de gráficas (corresponden respectivamente a canal nº 1 y canal nº 2) son horizontales y por con siguiente iguales, solo bastará ver la diferencia entre ambas gráficas y luego establecer una regla de tres. (En otras palabras la escala vertical no interesa).

Para poder observar por ejemplo esa diferencia en la pantalla del osciloscópio, es mejor desplazar gráfica del ca nal nº 1 sobre gráfica del canal nº 2 ó viceversa.

El procedimiento para el cálculo es el siguien te:

Por ejemplo, si ambas gráficas del canal nº 1 y canal nº 2 tienen una anchura horizontal de medio período igual a

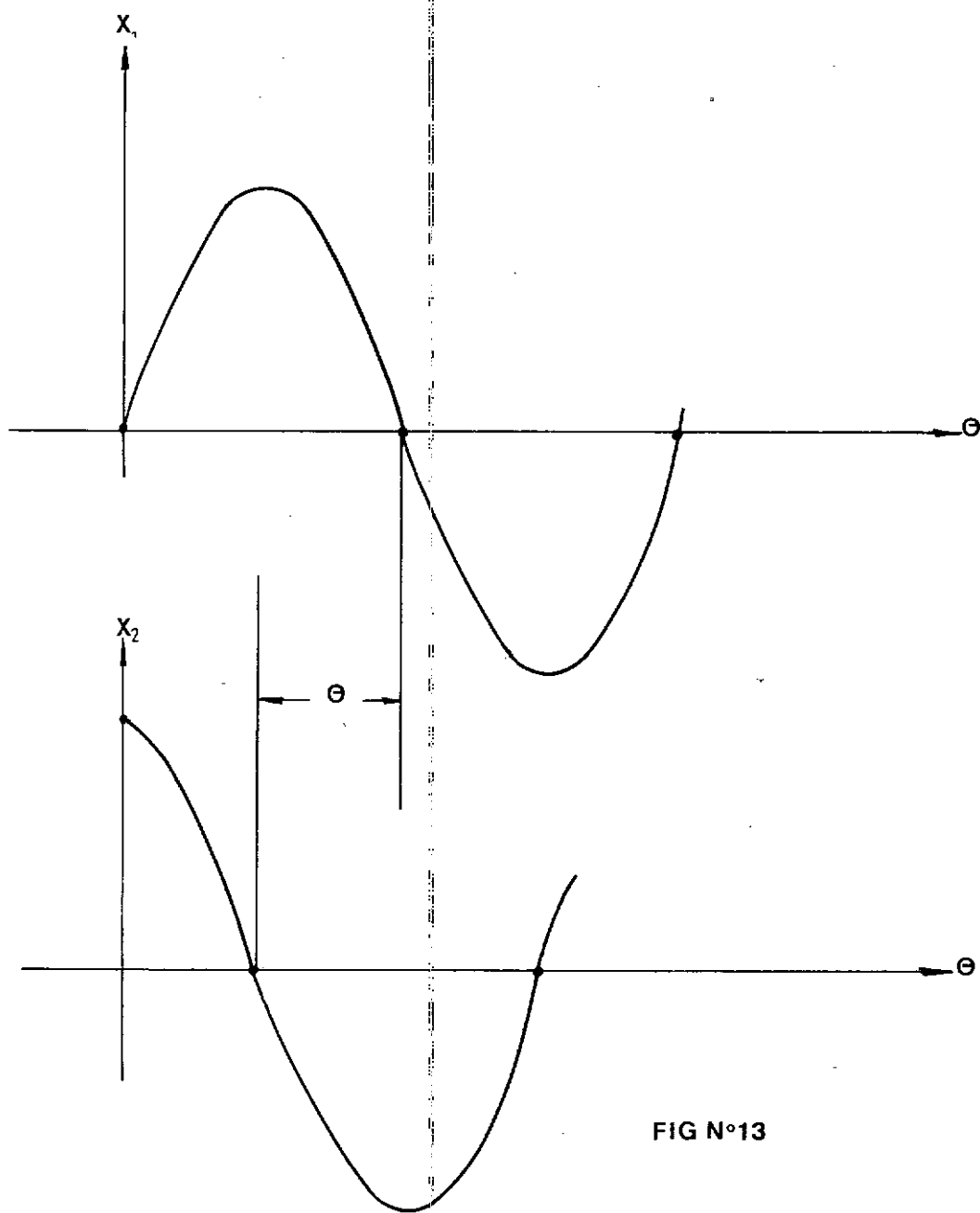


FIG N°13

6 cm, y su diferencia en cuanto al punto donde deberían de encontrarse es de 2 cm, su ángulo de fase será:

$$6\text{cm} \rightarrow \Pi \rightarrow 180^\circ$$

$$2\text{cm} \longrightarrow \phi$$

$$\text{Por consiguiente: } \phi = \frac{2 \times 180}{6} = 60^\circ$$

V.4. Obtención de Datos (m, ξ, K, C, F_0)

En vista de lo anterior, podemos entonces obtener los valores correspondientes a la amplitud real (experimental) y al ángulo de fase (real). Ambos valores con sus respectivos valores teóricos pueden ser observados en tabla n° (13) y gráficas n° (4) y n° (14).

Como posteriormente se puede ver, en tabla n° (14) y n° (15) y gráficas n° (2) y n° (3), fueron obtenidos otros valores de la amplitud, posteriormente será abordado el tema.

La pregunta que a continuación podría surgir, si se observan tablas n° (13), n° (14) y n° (15), lo mismo que gráficos n° (1), (2) y n° (3), es como se obtuvieron los valores teóricos tanto del ángulo de fase, como de la amplitud.

La contestación es mas que todo evidente si se observa y al mismo tiempo se comprende el modelo teórico del estudio que se está realizando.

Revisando entonces esa duda tenemos:

Se sabe que para un sistema vibratorio que se mueve con un grado de libertad; (ver modelo teórico):

$$X = \frac{F_0}{\sqrt{(K - m\omega^2)^2 + (C\omega)^2}}$$

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{C\omega}{K - m\omega^2}$$

En vista de que experimentalmente ya se tienen los valores de la amplitud (X), frecuencia (f) y ángulo de fase (θ), es posible calcular, como a continuación lo haremos, el valor de K y C . Siendo que K es la constante de resorte de nuestro sistema bajo estudio y C la constante de amortiguamiento del mismo.

El propósito de encontrar K y C es para tener un modelo matemático experimental de nuestro sistema y el cual, como bien es sabido debe de ser de la forma:

$$m\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F_0 \text{sen } \omega t$$

La masa (m) puede ser fácilmente calculada, solo bastará utilizar una balanza de precisión y pesar todo lo que se mueve y que constituye por consiguiente el sistema vibratorio.

Entonces lo que se pesó fué:

- a) Bobina Excitadora (se tenía una idéntica desmontada, porque de otra forma no se hubiera podido pesar).

- b) Barra Colgada en 4 tornillos de pieza en U
- c) Tornillo que atravieza dicha barra y que la une con la bobina
- d) Laminilla interceptora de luz
- e) 2 arandelas (que servían de fijación)
- f) 2 chapas (que sostenían la barra en los 4 tornillos)
- g) 1 tuerca de sujeción

El total pesado fué igual a:

$$P = 2180 \text{ grf}$$

De lo anterior se desprende:

$$P = mg \therefore m = 2,180 \text{ kgf} / 9,81 \times s^{-2}$$

$$m = 0,222 \text{ kgf} \times s^2 / m$$

Por modelo teórico se sabe:

$$1 \text{ kgf} = 9,81 \text{ Kgm} - m/s^2 = 9,81 \text{ N}$$

Por lo tanto:

$$m = 0,222 \times 9,81 \text{ kgm} = 2,18 \text{ kgm.}$$

Ahora, y tal como es enunciado anteriórmente en canal nº 2 (bien podría haber sido el canal nº 1) es leída una proporcionalidad de la amplitud de fuerza de excitación, o sea F_0 . Con lo anterior no estamos queriendo decir que lo que se lee en dicho canal sea la amplitud de dicha fuerza, sino que una proporción con la misma; ya que bien es sabido que lo que realmente se lee es un voltaje.

Entonces, el objetivo de este voltaje leído es que posteriormente nos servirá como referencia ya que se conocerá el factor de proporcionalidad entre lo leído y la verdadera amplitud de la fuerza de excitación (F_0).

Definitivamente puede ser observado en ecuación de la amplitud (X) dada en esta sección, lo mismo que en la correspondiente al modelo teórico lo siguiente: X es directamente proporcional a F_0 , de lo cual podemos concluir que la posible forma de la gráfica $X = G(f)$ afectada en su forma solo será función del denominador, ya que el numerador representa un mero factor de proporcionalidad.

También en este punto valdría la pena enunciar el hecho, que aun cuando afirmamos que el ángulo de fase se encuentra superponiendo gráfica leída en canal nº 1, sobre gráfica leída en canal nº 2 (ó vice versa) y ahora sabiendo que lo leído en canal nº 2 no es la verdadera amplitud de la fuerza de excitación sino una proporcionalidad nos llevaría a pensar que algo anda oscuro.

Evidentemente esto queda subsanado al darnos cu

enta que su período es igual (lectura horizontal), y ya que el ángulo de fase solo depende de dicha lectura; el hecho que la verdadera amplitud sea mayor ó menor, no tiene ninguna importancia.

Prosiguiendo ahora con nuestros cálculos tenemos:

$$X = \frac{F_0}{K \sqrt{\left[1 - \frac{\omega^2}{\omega n^2}\right]^2 + \left[2\xi \frac{\omega}{\omega n}\right]^2}}$$

Para ver mejor el significado de cada uno de sus componentes transportarse a la parte que trata del modelo teórico.

Substituyendo ahora:

$$\omega = 2 \Pi \delta$$

$$\omega n = 2 \Pi \delta n$$

En ecuación anterior, tenemos:

$$X = \frac{F_0}{K \sqrt{\left[1 - \frac{\delta^2}{\delta n^2}\right]^2 + 4\xi^2 \frac{\delta^2}{\delta n^2}}}$$

Esta es la ecuación mas simplificada que podemos obtener; y haciendo ahora unos pequeños comentarios sobre lo que sigue tenemos:

Dicha ecuación es la que en última instancia nos servirá para tratar de encontrar un modelo teórico aproximado de tal manera que nos describa el conjunto de datos obtenidos tanto de la amplitud, como de la frecuencia.

En otras palabras, con un determinado K , δn , ξ , F_0 , debe ser posible que $X = G(\delta)$ satisfaga la gran mayoría de pares de puntos obtenidos anteriormente.

Evidentemente este es un proceso de búsqueda sistemática que puede ser ayudado por la observación concienzuda de la gráfica experimental obtenida de $X = G(\delta)$.

También es necesario recordar que si bien es cierto tenemos 4 variables en juego, no es menos cierto que $K = H(\delta)$ y F_0 es solo un factor de proporcionalidad que no afectará la forma de la gráfica.

Por consiguiente, nuestro juego se reducirá a tratar de encontrar los valores de ξ y δn que satisfagan el modelo experimental.

Reescribiendo nuevamente nuestra ecuación en vista de que $K = (2\pi\delta n)^2 m$, se tiene:

$$X = \frac{F_0}{4\pi^2 \delta n^2 m \sqrt{\left[1 - \frac{\delta^2}{\delta n^2}\right]^2 + 4\xi^2 \frac{\delta^2}{\delta n^2}}}$$

$$X = \frac{0,0116194017 F_0 \cdot x \cdot m}{\delta n^2 \cdot \sqrt{\left[1 - \frac{\delta^2}{\delta n^2}\right]^2 + 4\xi^2 \frac{\delta^2}{\delta n^2}}} N$$

Después de una serie de tanteos sistemáticos se llegó a:

$$\delta n \approx 14,155 \text{ ciclos/seg} \approx 14,155 \text{ HZ}$$

$$\xi \approx 0,321$$

$$F_0 = 8,90 \text{ N}$$

En vista de lo anterior y substituyendo en última ecuación, tenemos:

$$X = \frac{0,1034126751 \text{ m}}{200,364025 \cdot \sqrt{\left[1 - \frac{\delta^2}{200,364025}\right]^2 + \frac{4\xi^2 \delta^2}{200,364025}}}$$

Simplificando:

$$X = \frac{0,0005161239 \text{ m}}{\sqrt{\left[1 - 0,0049909159 \delta^2\right]^2 + 0,0199636636 \delta^2 \xi^2}}$$

$$X = \frac{0,5161239 \text{ mm}}{\sqrt{\left[1 - 0,0049909159 \delta^2\right]^2 + 0,0020570758 \delta^2}}$$

Evidentemente ésta ecuación nos da en forma directa la relación existente entre la amplitud y la frecuencia, y es de ella que son obtenidos los valores que son denominados teóricos y (ver tablas n° (13), n° (14) y n° (15)), que nos sirven para

compararlos con los obtenidos experimentalmente.

Para obtener valores de la amplitud, solo será necesario introducir valores de la frecuencia, ya sea en HZ ó ciclos por segundo. La amplitud por otra parte será obtenida en mm. Por ejemplo:

$$\text{Para } f = 30 \text{ HZ}$$

$$X = 0,137 \text{ mm}$$

En vista de que ya tenemos el valor de ξ y de f_n es posible encontrar los valores correspondientes a K y a C .

Se sabe que:

$$K = (2 \pi f_n)^2 \cdot m$$

$$K = (2 \pi \times 14,155 \text{ ciclos/seg})^2 \cdot 2,18 \text{ kgm} = 17243,91 \text{ kgm/s}^2$$

$$K = 17243,91914 \text{ N/m}$$

Además,

$$\xi = C/CC$$

$$CC = 2m\omega n$$

$$\xi \times 2m\omega n = C$$

$$C = 0,321 \times 2 \times 2,18 \text{ kgm} \times 2\pi \times 14,155 \text{ ciclos/seg} = 124,47 \text{ N-s/m}$$

teniendo lo anterior, ala conclusión inmediata que podemos llegar esque el modelo matemático que rige nuestro sistema bajo estudio y el cual será nuevamente comprobado es:

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 8,90 \text{ sen } \omega t$$

Esta ecuación, además de servirnos para saber las características de nuestro sistema, como ser la masa, K y C (las cuales son constantes), nos ayuda, como dijimos anteriormente a encontrar el factor de proporcionalidad entre la amplitud de la fuerza de excitación (F_0) y el voltaje leído en canal nº 2 .

Por lo tanto y sabiendo que para ésta medida el voltaje fué de: 15 Volts p-pico, podemos escribir:

$$15 \text{ Volts} = R \ 8,90 \text{ Newton}$$

Siendo que R es el factor de proporcionalidad. Entonces $R \approx 1,685 \text{ Volts/Newton}$. Este factor de proporcionalidad tiene una gran importancia, ya que al variar la tecla correspondiente al Level en el generador de señales, el voltaje leído en canal nº 2 cambiará, lo cual automáticamente nos permitirá saber cual es el valor de la amplitud de la fuerza de excitación.

Como puede ser observado en gráfica nº (14) ,se hicieron dos medidas mas (con el objetivo de comprobar una vez mas nuestro modelo experimental); y en ambas ya que el voltaje fué de

20 y 25 Volts respectivamente, podemos concluir que sus amplitudes de la fuerza de excitación respectivamente son:

$$F_0 = 20/1,685 \approx 11,866 \text{ N}$$

$$F_0 = 25/1,685 \approx 14,833 \text{ N}$$

Lógicamente y en vista de que las demás propiedades del sistema permanecen inalteradas, las ecuaciones que surgirán serán:

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 11,866 \text{ sen } \omega t$$

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 14,833 \text{ sen } \omega t$$

Ahora, para obtener nuevamente los datos teóricos (que sirven para compararlos con los experimentales) solo bastará substituir para ambos casos, los valores de m , K , C y su respectivo F_0 en la ecuación de la amplitud (X).

Otra forma de poder comprobar nuestros modelos teóricos con los datos experimentales obtenidos es por medio del ángulo de fase.

Si substituímos los valores encontrados experimentalmente en la ecuación correspondiente al ángulo de fase tenemos:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{124,47 \cdot 2 \Pi f}{17243,91 - 2,18 \cdot 4 \Pi^2 f^2}$$

$$\theta = tg^{-1} \frac{782,06\delta}{17243,91 - 86,06\delta^2}$$

O si se quiere, en vista de que θ puede ser escrita adimensionalmente así:

$$\theta = tg^{-1} \frac{2\xi (w \cdot w_n^{-1})}{1 - \left(\frac{w}{w_n}\right)^2}$$

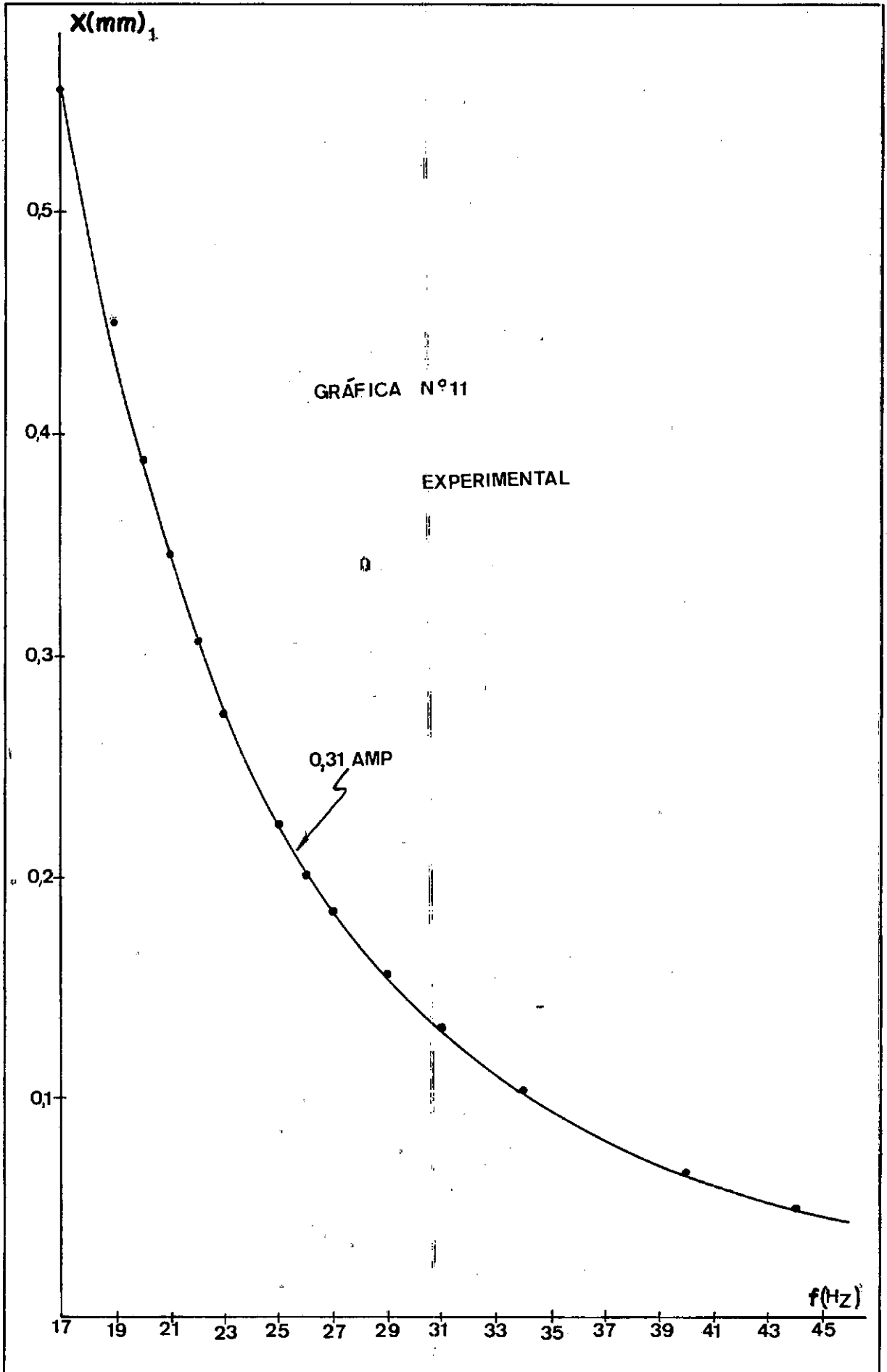
$$\theta = tg^{-1} \frac{2 \cdot 0,321 (2\pi\delta / 2\pi \times 14,155)}{1 - \left(\frac{2\pi\delta}{2\pi \times 14,155}\right)^2}$$

$$\theta = tg^{-1} \frac{0,0453549\delta}{1 - 0,00499091\delta^2}$$

Como puede ser observado, θ no es función de la amplitud de la fuerza de excitación, lo cual significa que sus valores tienen que ser iguales en las tres mediciones hechas; ver tablas n° (13), n° (14) y n° (15) y gráfico n° (4) (para efectos también de comparación con los obtenidos experimentalmente).

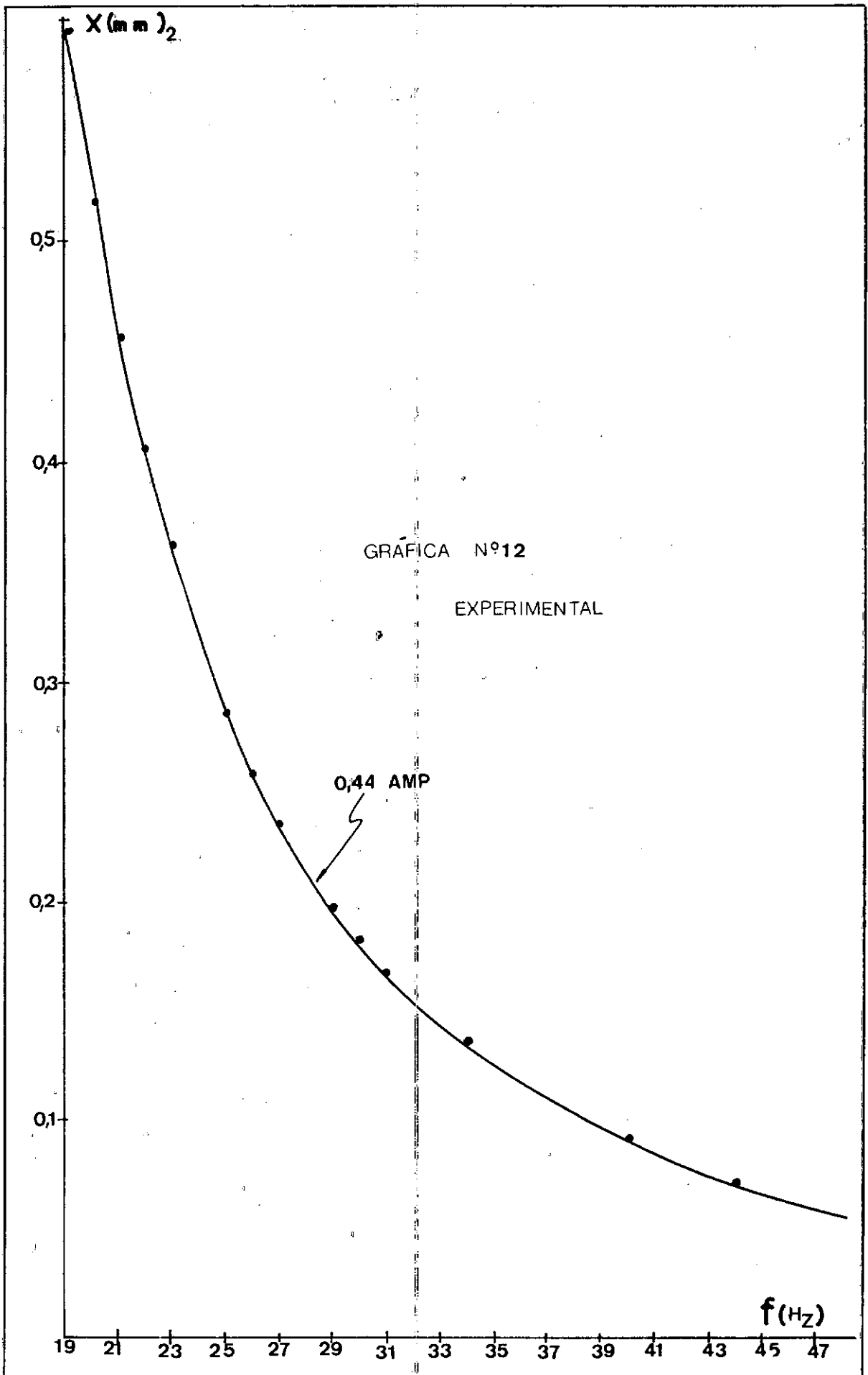
FRECUENCIA	AMPLITUD REAL	ANG. DE FASE REAL
δ	x_1	θ
(HZ)	(mm)	(°)
15,00	0,700	97,50
17,00	0,555	120,00
19,00	0,440	134,00
20,00	0,395	138,50
21,00	0,345	142,50
22,00	0,300	145,50
23,00	0,275	149,00
25,00	0,225	153,00
26,00	0,205	155,00
27,00	0,190	155,50
29,00	0,155	157,50
30,00	0,145	159,00
31,00	0,130	159,50
34,00	0,105	161,50
40,00	0,065	165,00
44,00	0,050	166,50
50,00	0,030	167,00
56,00	0,025	168,00

Tabla nº (7)



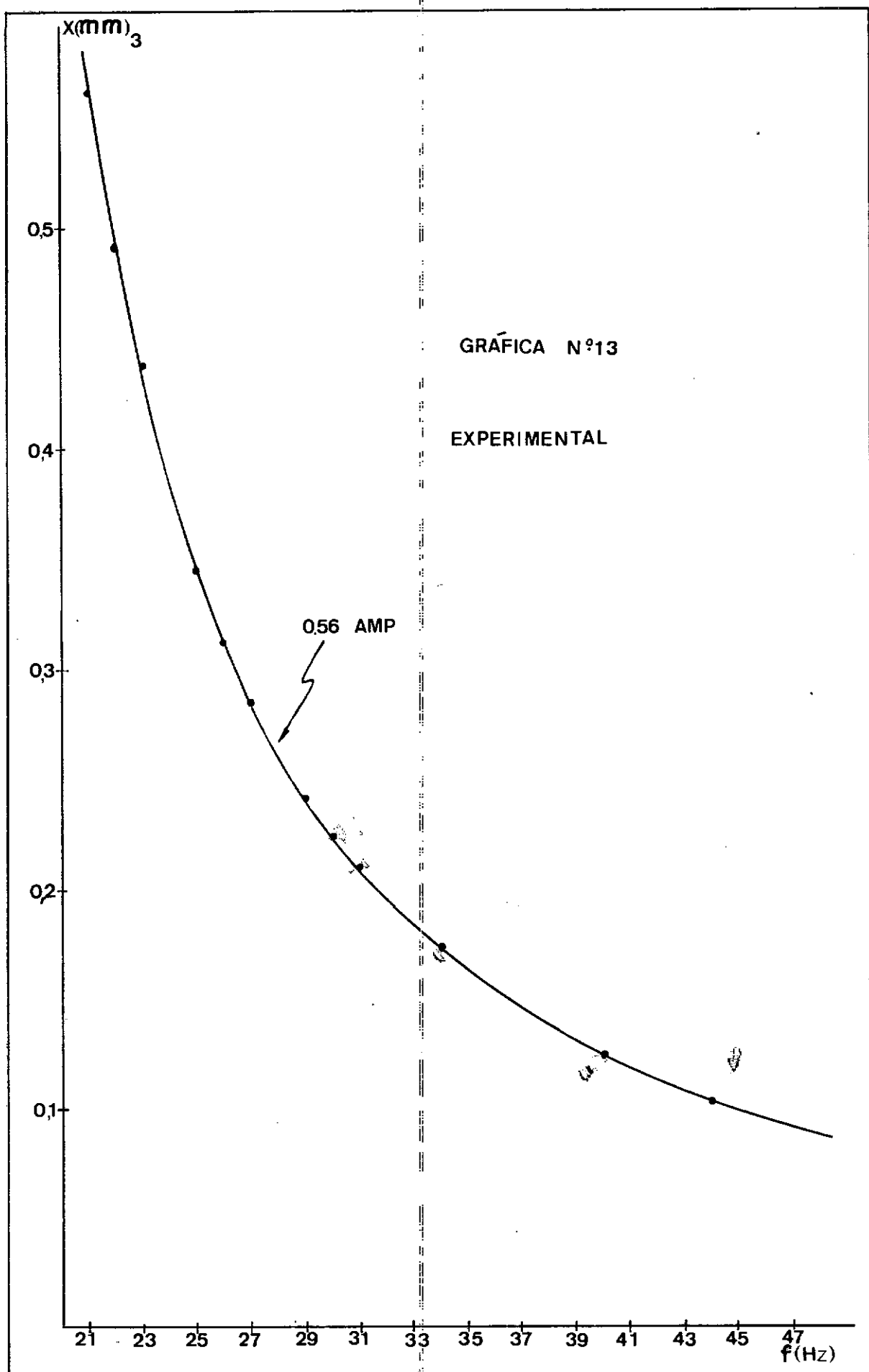
FRECUENCIA	AMPLITUD REAL	ANG. DE FASE REAL
δ	X_2	θ
(HZ)	(mm)	(°)
15,00		97,50
17,00		118,00
19,00	0,590	131,00
20,00	0,520	139,00
21,00	0,455	142,00
22,00	0,405	143,50
23,00	0,360	147,50
25,00	0,290	152,00
26,00	0,260	149,00
27,00	0,235	153,50
29,00	0,200	159,00
30,00	0,180	157,00
31,00	0,170	160,50
34,00	0,140	161,00
40,00	0,090	167,00
44,00	0,070	168,50
50,00	0,055	169,00
56,00	0,045	170,00

Tabla n° (8)



FRECUENCIA	AMPLITUD REAL	ANG. DE FASE REAL
f	X_3	θ
(HZ)	(mm)	(°)
15,00		101,00
17,00		118,50
19,00		130,50
20,00	0,650	136,00
21,00	0,560	140,50
22,00	0,495	143,50
23,00	0,440	146,50
25,00	0,345	150,00
26,00	0,320	152,00
27,00	0,285	157,00
29,00	0,240	159,50
30,00	0,225	160,00
31,00	0,210	161,00
34,00	0,175	161,50
40,00	0,125	163,00
44,00	0,105	164,50
50,00	0,080	165,00
56,00	0,065	167,00

Tabla n° (9)



V.5. Cálculo del Valor de K (Verificación)

El siguiente paso consistiría en verificar si el valor de K encontrado por tanteos y descrito anteriormente es similar al hallado experimentalmente en forma directa.

El llamado K experimental fué encontrado de la siguiente manera:

a) Ya que estaba perforada la chapa de aluminio que sella el lado anterior del soporte de la bobina excitadora, precisamente con este objetivo, se decidió que se ligaría un hilo delgado y de nylon en dicho soporte.

El hilo era necesario que fuera lo mas sensible para que no alterara las mediciones que fueron hechas en el osciloscópio convencional del cual habíamos viniendo haciendo uso. También precisaba ser de nylon para evitar posibles rupturas del mismo.

El hilo se haría pasar por una estructura metálica, construida y fijada en la mesa de trabajo, en la cual uno de sus componentes es una pequeña polea con el fin de que el hilo pudiera deslizarse, después de habérsele aplicado un peso (que se ría unido al extremo libre del hilo) ver figura n° (7) .

b) Al encender la fuente regulable, lo mismo que el osciloscópio, verificar que la perilla correspondiente a volta je (en canal n° 1) esté en la posición D.C., lo mismo que la peril

la correspondiente a Volts/CM (en canal nº 1) en una determinada escala a ser recordada y en el mejor de los casos anotada. (Si no es posible hacer mediciones con la misma escala con que se trabajó en la gráfica de linealidad del sensor, recordar que los valores leídos deben ser pasados a dicha escala, ya que deben ser congruentes, para poder interpolar.

c) Ya que se sabe, $F = KX$, X será encontrado interpolando en gráfico nº (7) (al igual que lo que se hizo para amplitud).

d) A continuación, y ya que tenemos diferentes valores de Fy por consiguiente de X , se procede a elaborar una gráfica $F = f(X)$, donde la pendiente es K , la cual tiene que ser, en el mejor de los casos, muy similar a la encontrada anteriormente.

e) Los pesos variables consistieron de pesos padronizados, los cuales pueden ser encontrados en el laboratorio.

Dichos pesos se unían directamente al alambre de nylon y sus valores eran colocados según lo que nosotros creíamos intuitivamente que podría soportar la suspensión, ya que un cargamiento excesivo podría provocar la destrucción de la misma. Ahora, en lo que se refiere a la interpolación de gráfica nº (7), para encontrar los valores correspondientes del desplazamiento X (Después de que cada una de las fuerzas o pesos han sido aplicados), es necesario recordar que nuestro cero relativo, continúa siendo el punto medio de la zona de linealidad; (esto, mas que todo se hace con el objetivo de seguir congruentes con el encuentro de los valo

res de la amplitud y aún mas, porque la escogencia de dicho punto nos ofrece mas garantías). Evidentemente, y al igual que para el cálculo de la amplitud, nuestro cero relativo podría estar localizado en cualquier parte de dicha zona de linealidad.

En tabla nº (10) y gráfico nº (9) son mostrados los resultados obtenidos.

Ya que anteriormente se habla de pesos patronizados, utilizados como fuerzas aplicadas a nuestro sistema es preciso que hagamos una pequeña explicación.

En cualquier laboratorio organizado existen pesos que ya vienen con su valor verdadero marcado, ante tal ventaja y no queriéndose incurrir en dudas se proscedió a comprobar sus pesos en una balanza de precisión, siendo dichos valores aproximadamente igual que el por ellos indicado. Ya que la fuerza era mejor que quedara indicada en NEWTON y en vista de que el valor nominal de dichos pesos es en gramas-fuerza, fúe preciso observar las siguientes conversiones:

$$1 \text{ kgf} = 1000 \text{ grf} = 9,81 \text{ N}$$

Por ejemplo, cuando se utilizó una pesa de 100 grf, su valor nominal en NEWTON fue: 0,981. En vista de que ya teníamos el valor de K para cada una de las mediciones y observando al mismo tiempo que eran muy similares, se proscedió a sacar una K_{media} con el objetivo de compararla con la encontrada en el modelo experimental. Dicha K_{media} fué encontrada así:

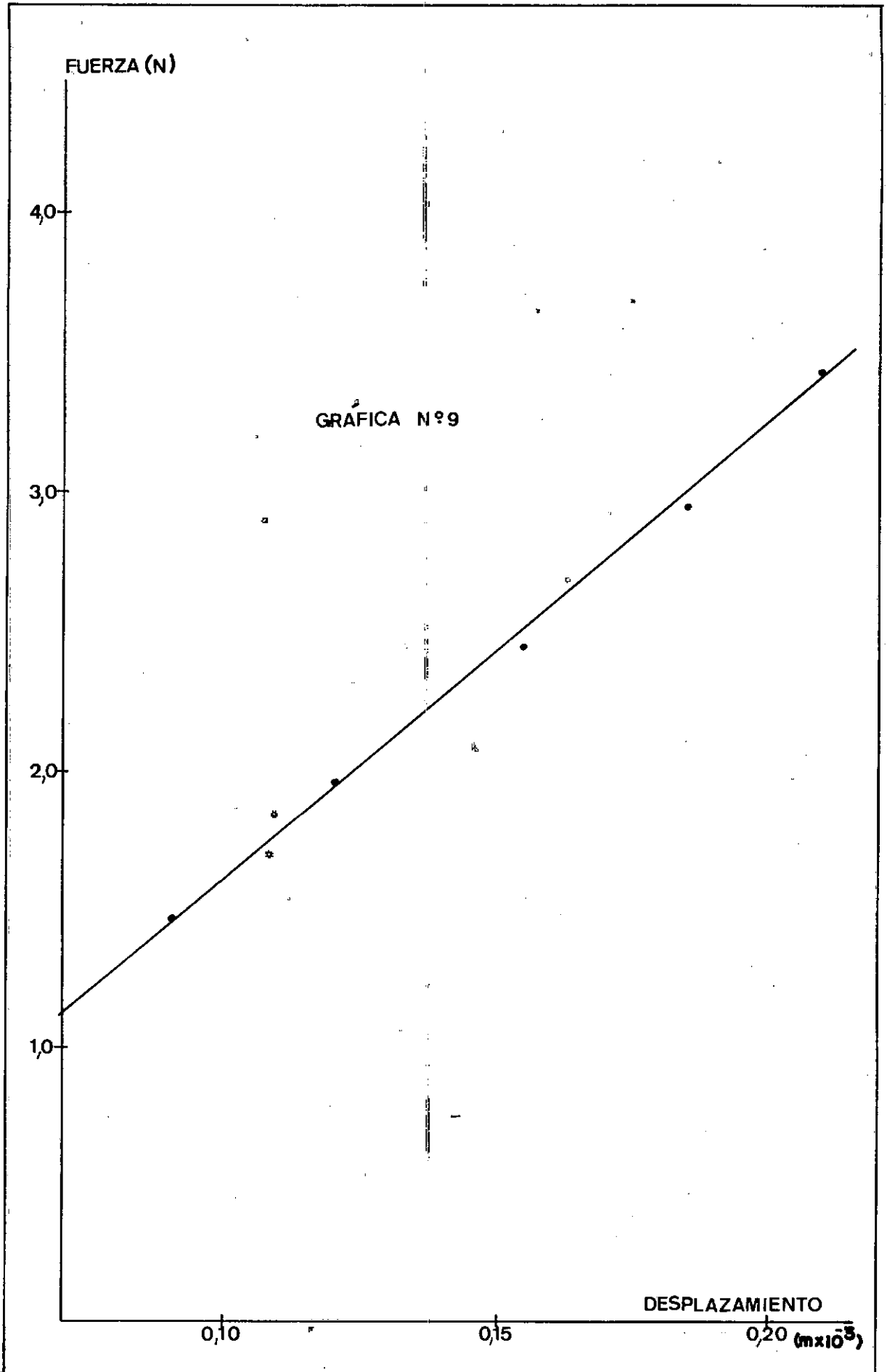
$$K_{\text{media}} = \frac{\Sigma K_{\text{particulares}}}{N^{\circ} \text{ de Medidas}}$$

$$K_{\text{media}} = \frac{16350,00 + \dots + 16347,61}{6} = \frac{97119,5}{6} = 16186,58 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Ahora, regresando la sección correspondiente a la realización de medidas, podemos observar que aún cuando $K = 17243,91 \text{ NEWT/mt}$, su valor es, dentro de la relativa aproximación muy parecido con el encontrado por el proceso de pesas. Esto nos induce a concluir que la constante de resorte, de nuestro sistema bajo estudio, está con un grado de aproximación, correcta.

PESO USADO	DESPLAZAMIENTO	CONSTANTE
F	X	K
(Newton)	(mm)	(Newt/mt)
0,981	0,060	16350,00
1,471	0,090	16344,44
1,962	0,120	16350,00
2,452	0,155	15819,35
2,943	0,185	15908,10
3,433	0,210	16347,61

Tabla n° (10)



V.6. Cálculo del Valor de C (Verificación)

Ahora como siguiente paso sería encontrar el valor de C y compararlo con el hallado anteriormente. La medida de la tasa de disminución de las oscilaciones libres es un medio conveniente para determinar la cantidad de amortiguamiento presente en un sistema.

Cuanto mayor es el amortiguamiento, mayor es la tasa de disminución.

Ya que se menciona oscilaciones libres, nuestra ecuación del movimiento quedará restringida así:

$$m\ddot{X} + C\dot{X} + KX = 0 \quad (27)$$

Cuya solución es bien sabido se asume una expresión de la forma: $X = e^{\delta t}$, Donde δ es una constante.

Substituyendo la expresión en la ecuación n°
(27) tenemos:

$$(m\delta^2 + C\delta + K) e^{\delta t} = 0 \quad (28)$$

La ecuación n° (28) es satisfecha para todos los valores de t cuando

$$\delta^2 + \frac{C}{m}\delta + \frac{K}{m} = 0 \quad (29)$$

La ecuación n° (29) es conocida como la ecuación característica y tiene 2 raíces:

$$\delta_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{K}{m}} \quad (30)$$

En consecuencia, la solución general es dada por la siguiente ecuación:

$$x = Ae^{\delta_1 t} + Be^{\delta_2 t} \quad (31)$$

Donde A y B son constantes a ser determinadas de acuerdo con las condiciones iniciales.

Considerando los valores de la ecuación n° 30, tenemos para la ecuación n° 31 la siguiente expresión:

$$(32) \quad x = e^{-(C/2m)t} \left[Ae^{\sqrt{(C/2m)^2 - K/m}t} + Be^{-\sqrt{(C/2m)^2 - K/m}t} \right]$$

El primer término $e^{-(C/2m)t}$ es simplemente una función de tiempo exponencialmente decreciente.

El comportamiento de los términos dentro de el paréntesis depende, entretanto, del valor numérico, dependiendo por lo tanto si el radical es positivo, cero o negativo.

Cuando el término de amortiguamiento $(C/2m)^2$ es menor que K/m , el exponente se convierte en un número imaginario, $\pm i \sqrt{K/m - (C/2m)^2} \cdot t$.

Ya que:

$$(33) e^{\pm i \sqrt{k/m - (C/2m)^2} \cdot t} = \cos \sqrt{k/m - (C/2m)^2} \cdot t \pm i \sin \sqrt{k/m - (C/2m)^2} \cdot t$$

Los términos de la ecuación n° (32) dentro del paréntesis son oscilatorios. Este caso se denomina como subamortiguado, (es en el que se está interesado) por lo siguiente:

Es conveniente expresar el valor de cualquier a mortiguamiento en términos del amortiguamiento crítico, por medio de la fracción no dimensionada ξ .

$$\xi = \frac{C}{C_c} \text{ (fracción de amortiguamiento)}$$

Expresando ahora las raíces de la ecuación n° (30) en términos de ξ , notando además que:

$$\frac{C}{2m} \doteq \xi \frac{C_c}{2m} = \xi \omega_n \quad (34)$$

La ecuación n° (30) se transforma entonces a :

$$s_{1,2} = (-\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n \quad (35)$$

Y los tres casos de amortiguamiento discutidos anteriormente dependen ahora de si ξ es mayor, menor ó igual a la unidad.

Ya que ha estas alturas estamos seguros que $\xi < 1,0$ (por cálculo hechos experimentalmente en páginas anterior-

res y donde resultó un valor de $\xi = 0,321$), entonces substituyendo la ecuación n° (35) en la ecuación n° (31), la solución general quedaría:

$$x = e^{-\xi\omega_n t} (Ae^{i\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t} + Be^{-i\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t}) \quad (36)$$

La ecuación n° (36) puede también ser escrita en cualquiera de las formas siguientes:

$$(37) \quad x = \chi e^{-\xi\omega_n t} \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t + \phi)$$

$$(38) \quad x = e^{-\xi\omega_n t} (C_1 \sin\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t + C_2 \cos\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t)$$

Donde las constantes arbitrarias χ, ϕ , ó C_1, C_2 son determinadas de acuerdo con las condiciones iniciales.

La gráfica de la ecuación n° (37), puede ser vista en la figura n° (14).

Se introduce aquí una expresión denominada decremento logarítmico que es definida como el logaritmo natural del cociente de dos amplitudes cualesquiera, pero consecutivas.

La forma del decremento logarítmico es entonces:

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} = \ln \frac{e^{-\xi\omega_n t_1} \cdot \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n t_1 + \phi)}{e^{-\xi\omega_n (t_1 + \tau d)} \cdot \sin(\sqrt{1-\xi^2}\omega_n (t_1 + \tau d) + \phi)} \quad (39)$$

Una vez que los valores de los senos son igual-

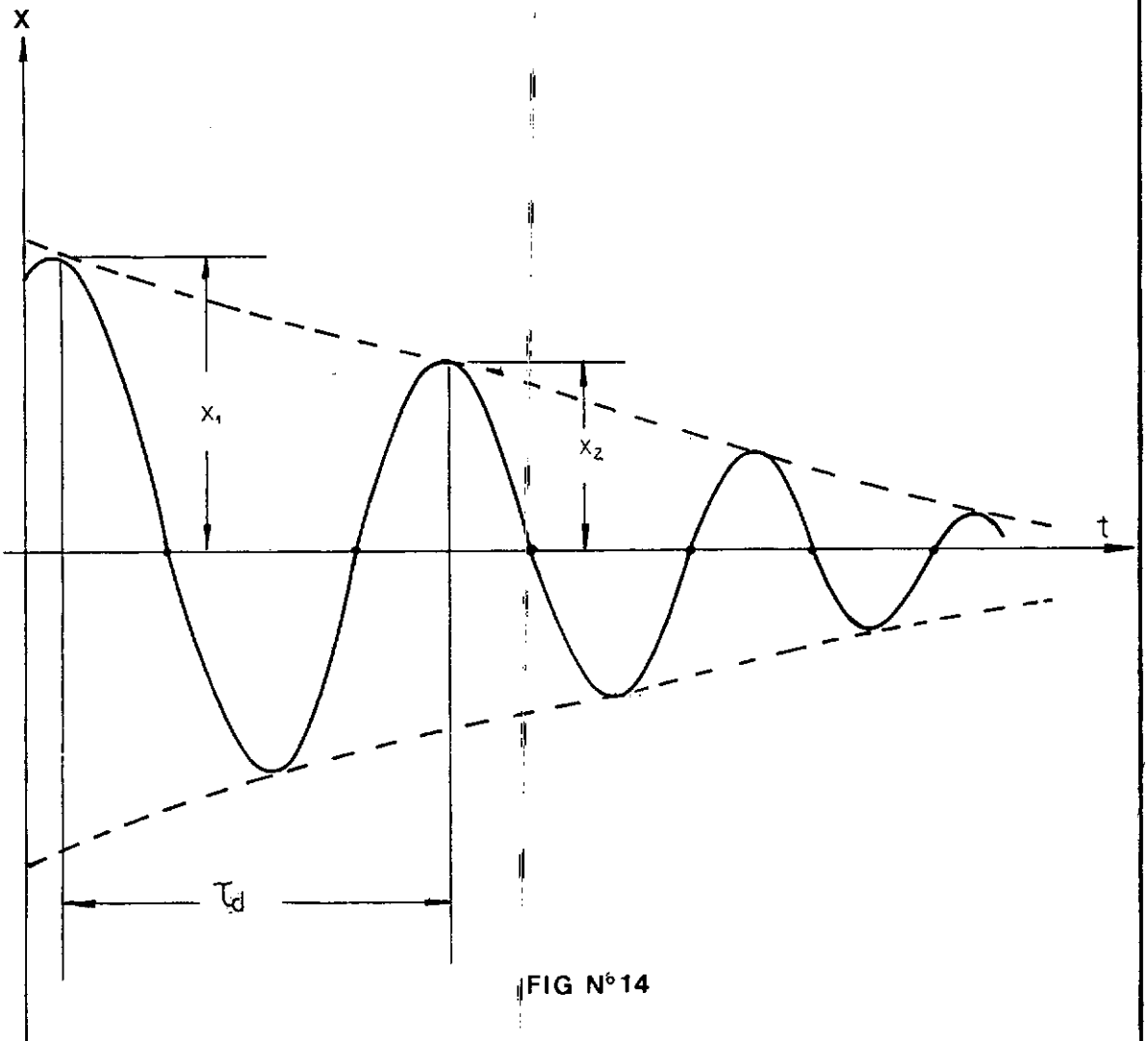


FIG N°14

les cuando el tiempo es aumentado de el período de amortiguamiento τd , la ecuación n° (39) queda reducida a:

$$\delta = \ln \frac{e^{-\xi \omega_n t_1}}{e^{-\xi \omega_n (t_1 + \tau d)}} = \ln e^{\xi \omega_n \tau d} = \xi \omega_n \tau d \quad (40)$$

Substituyendo τd por su valor $\tau d = 2\pi/\omega_n \sqrt{1-\xi^2}$, la expresión del decremento logarítmico queda:

$$\delta = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (41)$$

Cuando ξ es pequeño, $\sqrt{1-\xi^2} \approx 1$, y se obtiene una ecuación aproximada:

$$\delta \approx 2\pi\xi \quad (42)$$

Como en lo que se está interesado es en calcular ξ , tenemos:

Relacionando ecuación n° (39) con n° (41)

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} = \frac{\xi 2\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (43)$$

De ecuación n° (43)

$$\left(\ln \frac{x_1}{x_2} \right)^2 = \frac{(2\pi\xi)^2}{1-\xi^2} = \frac{4\pi^2\xi^2}{1-\xi^2}$$

$$\left(\ln \frac{x_1}{x_2} \right)^2 - \xi^2 \left(\ln \frac{x_1}{x_2} \right)^2 - 4\pi^2\xi^2 = 0$$

$$\xi^2 \left(\ln \frac{x_1}{x_2} \right)^2 + 4\pi^2 \xi^2 = \left(\ln \frac{x_1}{x_2} \right)^2$$

$$\xi^2 \left[\left(\ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right) \right)^2 + 4\pi^2 \right] = \left(\ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right) \right)^2$$

$$\xi^2 = \left(\ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right) \right)^2 / \left[\left(\ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right) \right)^2 + 4\pi^2 \right]$$

$$\xi = \sqrt{(\ln(x_1/x_2))^2 / [(\ln(x_1/x_2))^2 + 4\pi^2]} \quad (44)$$

Ahora, escribiendo la ecuación n° (44) en términos de C:

$$C = C_c \sqrt{(\ln(x_1/x_2))^2 / [(\ln(x_1/x_2))^2 + 4\pi^2]} \quad (45)$$

En vista de que $C_c = 2\sqrt{Km} = 2m\omega_n$ la ecuación n° (45) puede ser reescrita así:

$$(46) \quad C = 2\sqrt{Km} \cdot \sqrt{(\ln(x_1/x_2))^2 / [(\ln(x_1/x_2))^2 + 4\pi^2]}$$

Donde: m : masa del sistema que vibra |kgm|

K : constante de Resorte |N/m|

Por lo tanto el último paso que se requeriría para encontrar el valor de C y compararlo con el hallado anteriormente por proceso de tanteo ($C = 124,47 \frac{\text{N} \cdot \text{S}}{\text{m}}$), es encontrar el valor de dos amplitudes consecutivas tal como muestra la figura n° (14).

Ya que, como se afirma en páginas anteriores, la

oscilación debe ser libre (no estar sometida a fuerzas).

Para conseguir esto bastaría darle una pequeña fuerza inicial a el excitador, que está ligado ó unido con todo el sistema vibratorio.

Por ejemplo, esto puede ser conseguido dándole un pequeño empuje con el dedo a la parte anterior del soporte de la bobina excitadora y observando el decrecimiento de sus amplitudes en un osciloscópio.

Como es lógico suponer, si se imprime dicha fuerza y luego se retira, debido al amortiguamiento (C) presente, las amplitudes de oscilación después de un cierto tiempo caerán al valor cero.

Ya que ese decrecimiento en el valor de las amplitudes es bastante rápido, no se puede hacer uso de un osciloscópio convencional y para ello es preciso entonces colocar la mecha que lleva toda la información de canal nº 1 (procedente del sensor) ligada a un osciloscópio con memoria.

En dicho osciloscópio es posible entonces, observar las amplitudes de dos movimientos consecutivos, con relativa facilidad.

Para hacer las lecturas de x_1 y x_2 es aconsejable poner la escala del canal que se utiliza en osciloscópio de memoria en su zona mas fina ya que en este caso la escala no intere

sa y sí la razón entre ellas.

Por ejemplo. Supongamos que $\frac{X_1}{X_2} = 7,5$

Advertencia: No olvidar que la lectura debe de ser de dos amplitudes consecutivas cualesquiera, siendo preferible que sean las del comienzo por ser mas visibles.

También es necesario recordar, que como todo aparato eléctrico, el osciloscópio con memoria es necesario que estabilize para tener certeza de las medidas que están siendo hechas, (fué necesario dejarlo 20 minutos en proceso de estabilización).

Para detalles de osciloscópio con memoria, dirigirse a la parte correspondiente a aparatos utilizados.

Ya que se tiene el valor de K y m (en este caso entró la duda de si usar el K hallado por tanteos ó el encontrado por pesos), nuestra ecuación n° (46) toma la forma definitiva:

$$C = 2 \cdot \sqrt{\frac{2,18 N - s^2}{m} \times 17243,91 \frac{N}{m}} \cdot \sqrt{\frac{(\ln(X_1/X_2))^2}{[(\ln(X_1/X_2))^2 + 4\pi^2]}}$$

$$C = 387,7 \cdot \frac{N-s}{m} \cdot \sqrt{\frac{(\ln(X_1/X_2))^2}{[(\ln(X_1/X_2))^2 + 4\pi^2]}} \quad (47)$$

$$C = 2 \cdot \sqrt{\frac{2,18 N - s^2}{m} \times 16186,58 \frac{N}{m}} \cdot \sqrt{\frac{(\ln(X_1/X_2))^2}{[(\ln(X_1/X_2))^2 + 4\pi^2]}}$$

$$C = 375,7 \frac{N-s}{m} \cdot \sqrt{(\ln(X_1/X_2) / [(\ln(X_1/X_2))^2 + 4\pi^2])} \quad (48)$$

En tabla n° (11) y gráfica n° (10) son mostradas las medidas hechas en el osciloscópio de memoria para encontrar el valor de C.

En vista de que las relaciones entre X_1 y X_2 son muy similares, se procedió a obtener una (X_1/X_2) media así:

$$\frac{X_1}{X_2} \text{ media} = \frac{\Sigma(X_1/X_2)}{\text{Nº de medidas}}$$

$$\frac{X_1}{X_2} \text{ media} = \frac{7,50 + \dots + 6,95}{5} = 7,254$$

Substituyendo ahora el valor (X_1/X_2) media en ecuaciones n° (47) y n° (48) tenemos:

$$C = 387,7 \frac{N-s}{m} \cdot \sqrt{(\ln(7,254)^2) / [(\ln(7,254))^2 + 4\pi^2]}$$

$$C = 116,61 \frac{N-s}{m}$$

$$C = 375,7 \frac{N-s}{m} \cdot \sqrt{(\ln(7,254)^2) / [(\ln(7,254))^2 + 4\pi^2]}$$

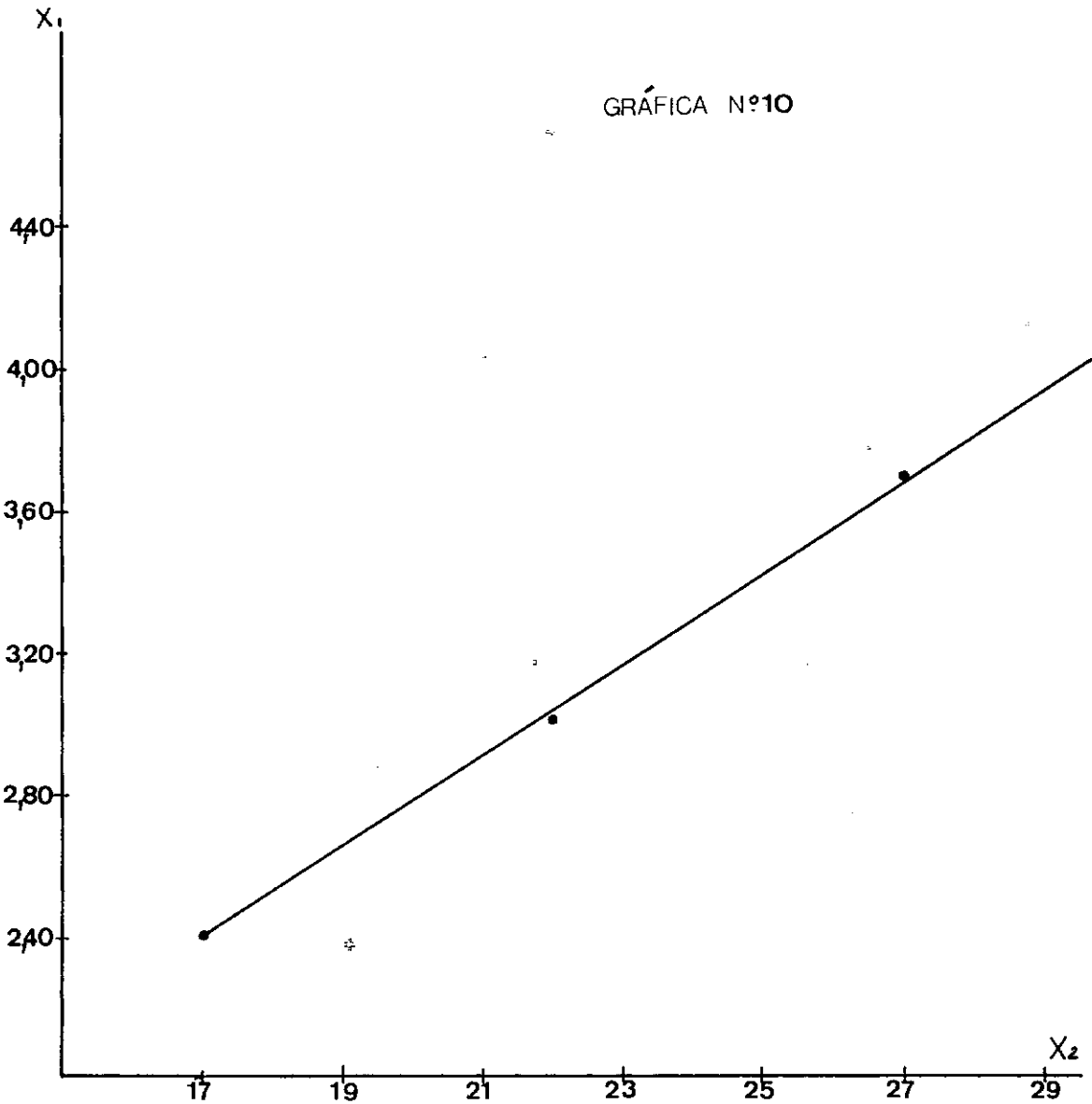
$$C = 112,99 \frac{N-s}{m}$$

Ahora bien, si comparamos ambos factores de amortiguamiento (C) con el encontrado por primer proceso

TABLA N°11

X_1	X_2	$\frac{X_1}{X_2}$
22,50	3,00	7,50
27,00	3,70	7,30
33,50	4,50	7,44
17,00	2,40	7,08
30,60	4,40	6,95

GRÁFICA N°10



($C = 124,47 \frac{N \cdot s}{m}$), se verá que sus valores son con un margen de error razonable, muy parecidos.

En este momento, y en vista de lo anterior po demos estar seguros que nuestro modelo matemático encontrado, satisface las características del movimiento del dispositivo abajo estudio.

V.7. Influencias de la Resistencia, Capacitor y Cálculos Adicionales

Tal como es afirmado en sección "Realización de las Medidas" ver figura nº (12) , existen dentro del circuito eléctrico utilizado, una resistencia y un capacitor, los cuales están en serie con el osciloscópio. En este punto nuestro principal propósito era establecer la influencia que tiene dicho capacitor sobre las medidas, ya que bien es sabido que al existir un capacitor, automáticamente se genera una reactancia capacitiva, la cual tendría que ser mucho menor que la resistencia interna del osciloscópio. convencional del cual se viene haciendo uso, para que podamos concluir que los datos obtenidos son pequeñísimamente influenciados ó alterados.

Dibujando a continuación dicha parte del circuito eléctrico (ver figura nº (15)) tenemos:

a) Por manual del osciloscópio que se viene usando su resistencia interna es: $R^* = 1M\Omega$.

b) A continuación se procedió a medir el valor de la resistencia que está en serie con el capacitor. Para ello fuí utilizado un Multímetro Digital (ver sección correspondiente a aparatos), en el cual la escala de la derecha debe de estar en la posición: 100Ω y la de la izquierda en $K\Omega$. Para regular dicho multímetro es necesario que la escala de la izquierda esté en DC Mamp y a continuación ajustando por tecla denominada ZERO es necesario alcanzar el valor de -0.00. Por supuesto todo lo relati

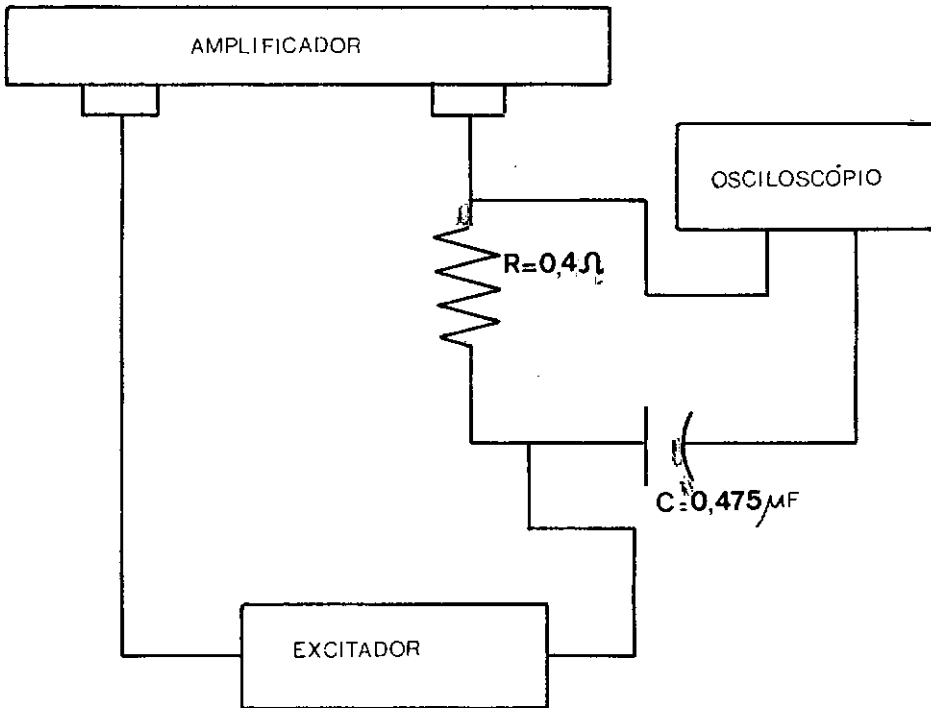


FIG N°15

vo a regulamiento debe ser hecho con los cables que van ser utilizados para hacer las mediciones, pero no unidos a la resistencia a medir.

Después de que dicho aparato está regulado, si se quiere medir resistencia, como es nuestro caso, solo bastará rotar tecla de la izquierda a la posición $K\Omega$ e inmediatamente aparecerá 1. En este momento estaremos listos para medir el valor de la resistencia, lógicamente habrá que unir los dos cables que salen del multímetro a los puntos entre los cuales se quiere medir la resistencia.

El valor encontrado de dicha resistencia fué:

$0,4\Omega = R = 0,4 \times 10^{-6} M\Omega$ (Esta notación es utilizada para compararla con la resistencia del osciloscópio).

c) El valor del capacitor, si bien es cierto era conocido por los colores característicos, se prefirió asegurarse, midiéndola directamente. (Se hizo uso de un puente en un equipo especial) (ver sección correspondiente a aparatos).

Su valor fué: $0,475\mu F = 0,475 \times 10^{-6} F$; la capacitancia del osciloscópio = 0 Farad.

d) Según lo anterior podemos comenzar afirman-
do:

$$R \ll R^*$$

e) Como se enuncia al comienzo, se está intersado en ver la influencia que tiene X_C en cuanto a las lecturas que fueran hechas en el osciloscópio (con estas lecturas nos estamos refiriendo a todas las lecturas realizadas para el desarrollo de este trabajo).

Por otra parte si X_C fuera muy grande en comparación con la resistencia interna del osciloscópio (R^*), sería necesario tomar providencias para ver el grado de influencia de X_C ; como por ejemplo el cambiar capacitor.

Se sabe que la reactancia de un capacitor puede ser calculada por la siguiente fórmula:

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C}$$

Donde:

X_C = es la reactancia en ohms

f = es la frecuencia en ciclos por segundo

C = es la capacitancia en faradios

Ya que es conocida el valor de la capacitancia C , solo faltará investigar el valor de la frecuencia. 'Dicho valor puede ser obtenido de tablas n° (7) , n° (8) y n° (9) ó bien de gráficos n° (11),(12) y n° (13) , en otras palabras los valores extremos de nuestras frecuencias de trabajo.

Tomando entonces como extremos los siguientes

valores:

$$f_1 = 19\text{HZ} = 19 \text{ ciclos por segundo}$$

$$f_2 = 56\text{HZ} = 56 \text{ ciclos por segundo}$$

tenemos:

$$XC_1 = \frac{1}{2\pi \times 19 \times 0.475 \times 10^{-6}} = 17634,8967 \, \Omega \approx 0,0176 \, \text{M}\Omega$$

$$XC_2 = \frac{1}{2\pi \times 56 \times 0,475 \times 10^{-6}} = 5983,2685 \, \Omega \approx 0,0059 \, \text{M}\Omega$$

Por lo tanto, comparando XC_1 y XC_2 con el valor de la resistencia interna del osciloscópio ($R^* = 1\text{M}\Omega$) tenemos:

$$XC_1 \ll R^*$$

$$XC_2 \ll R^*$$

De lo anterior se desprende que la influencia que podría provocar el uso de dicho capacitor en las lecturas realizadas, es despreciable.

V.8. Medidas Eléctricas

Habiendo encontrado un modelo matemático que describe el comportamiento de nuestro sistema y el cual fué verificado por dos vias, es necesario que a continuación comencemos a en

contrar las principales características del excitador bajo estudio.

En páginas anteriores y mas específicamente en la sección dedicada al desenvolvimiento teórico se había llegado a concluir que la ecuación que rigue nuestro movimiento toma las formas siguientes:

$$m\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F_0 \text{ sen } \omega t$$

o

$$m\ddot{X} + \left(Bd + \frac{(IbK_1)^2}{Ra} \right) \dot{X} + KX = \frac{IbK_1}{Ra} V_{\max} \text{ sen } \omega t$$

Evidentemente la segunda de estas ecuaciones es una representación eléctrica de nuestro sistema y es por esta razón que a continuación se efectuarán las medidas eléctricas necesarias, con el objetivo de poder comparla con la primera de estas ecuaciones.

De ambas ecuaciones podemos concluir lo siguiente:

$$C = Bd + \frac{(IbK_1)^2}{Ra}$$

Donde:

C = Constante de amortiguamiento del excitador mas la adhesión mecánica.

Bd = Constante de amortiguamiento de la adición mecánica.

$$\frac{(\bar{I}bK_1)^2}{Ra} = \text{Constante de amortiguamiento del excitador}$$

$$F_0 = \frac{IbK_1}{Ra} V_{\max}$$

Donde:

Ra = Resistencia de la bobina excitadora

V_{\max} = Voltaje (pico a pico) que entra en la bobina excitadora.

Es necesario aclarar en este punto que ya que nuestro excitador no posee bobina estacionaria, será totalmente imposible calcular tanto Ib , K_1 , Lb , Lab .

Para mayores referencias con respecto a esta imposibilidad dirigirse a la sección correspondiente a desenvólvimiento teórico.

En vista de lo anterior, IbK_1 que aparece en ecuaciones anteriores será dado como un factor en conjunto y no separadamente como sería el caso ideal.

Con lo anterior, también estaríamos en disposición de dar otras características de nuestro excitador, como ser:

$$C = \frac{m}{Ib^2K_1^2}$$

$$\delta r = \frac{1}{2\sqrt{La \cdot C \Pi}}$$

$$Q = \frac{\omega La}{Ra}$$

Teniendo entonces todo el desarrollo anterior procedemos a realizar las siguientes mediciones:

V.9. Medida de (Ra):

Para medir dicha resistencia de la bobina excitadora lo que se hizo fué simplemente ligar los terminales de la bobina a las lagartijas que van para el multímetro digital. En el multímetro, la escala de la derecha debe de estar en 100Ω y la de la izquierda en KΩ. El regule se hace poniendo la escala de la izquierda en DC Manp y se ajusta a continuación por tecla denominada ZERO hasta que aparece -0.00, todo esto se realiza con los cables ligados por un lado al multímetro y por el otro a nada.

Después de que está regulado dicho multímetro si se desea medir la resistencia solo bastará pasar tecla de la izquierda a posición kΩ e inmediatamente aparecerá 1, en este momento estamos listos para medir la resistencia, ligando lógicamente los cables sobre sus extremos. El valor leído es directo.

$$Ra = 7,4\Omega$$

Para mejores detalles ver figura nº (16).

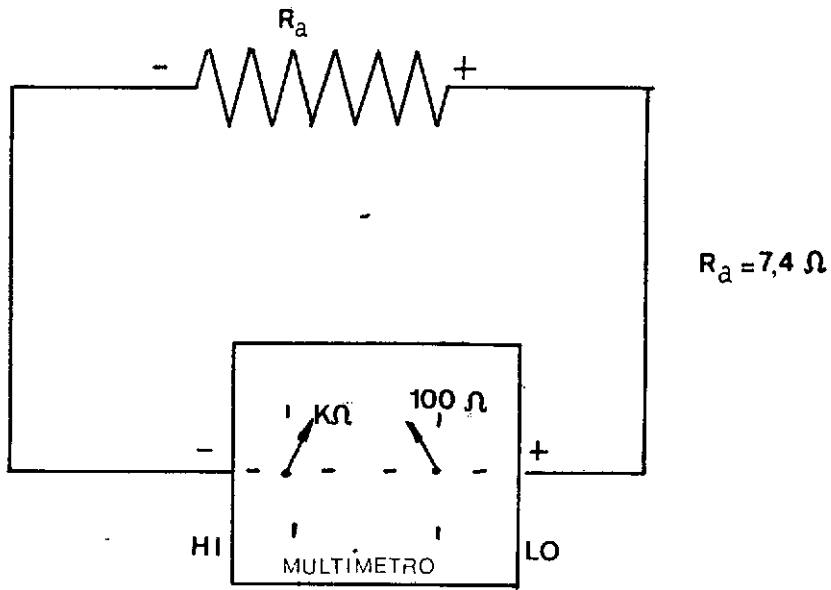


FIG N°16

V.10. Medida de (La):

Para medir la inductancia de la bobina excitadora se procedió de la siguiente manera:

Se unió una resistencia de valor conocido al extremo de la bobina (por medio de soldadura), de tal manera que entre el otro extremo de la resistencia y el otro de la bobina se generara una caída de tensión provocada por el generador de señales, luego se leyeron las caídas de tensión sobre la resistencia y sobre la bobina (estas tensiones tendrían que ser iguales, con lo cual se podría encontrar además de Z , el valor de la frecuencia f que provoca dicha igualdad de tensiones). El valor de f es el que se lee en el generador de señales al ir aumentando el dial y la escala de tal forma que como se vuelve a repetir, ambas tensiones se igualen. Z es la impedancia total.

El circuito utilizado puede ser visto en figura n° (17) .

Para medir las tensiones tanto en la bobina como en la resistencia se hizo uso del multímetro digital, no olvidando que la tecla de la izquierda debe de estar en Ac Volts.

La función del osciloscópio, el cual se muestra en el circuito, y que por otra parte está unido directamente al generador de señales, es comprobar que el voltaje leído en él, a medida que se varía el nivel del generador debe de ser igual al voltaje leído en la resistencia mas el leído en la bobina.

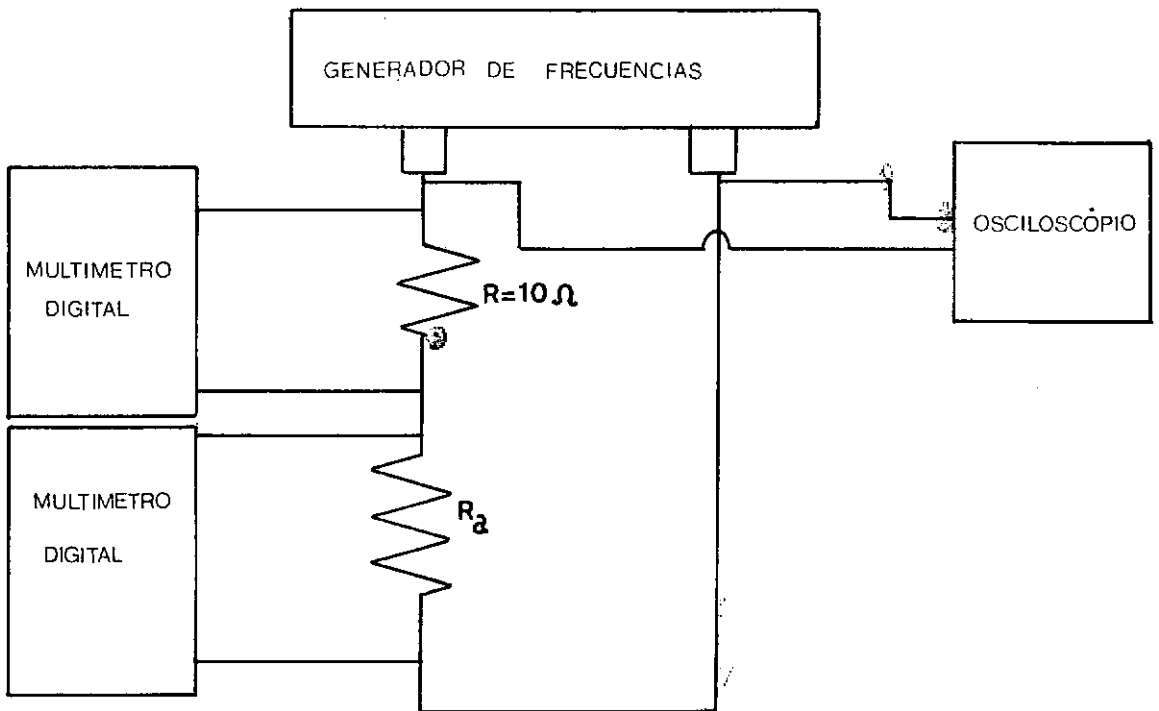


FIG N° 17

Por supuesto, para lo anterior, tener en cuenta que el voltaje leído en el osciloscópio es pico a pico y el leído en el multímetro digital es efectivo (ver sección correspondiente a uso y calibrado del osciloscópio).

Por consiguiente, cuando los voltajes leídos sobre la resistencia y la bobina, son iguales, cada uno de estos valores será la mitad del efectivo leído sobre el osciloscópio.

Ya que como en realidad lo que se tiene es: ver figura n° (18) , un circuito de resistencia e inductancia en serie, tenemos:

$$Z = \sqrt{X_L^2 + R^2} \quad (49)$$

Donde:

Z = Impedancia total

X_L = Reactancia Inductiva

R = Resistencia

Ya que el valor que se utilizó para la resistencia unida a la bobina es de $10,0\Omega$, y después de rotar y cambiar frecuencias, y obtener iguales caídas de tensión (en la bobina y la resistencia), se puede afirmar que:

$$Z = 10,0 \Omega$$

$$f = 125\text{HZ} = 125 \text{ c.p.s}$$

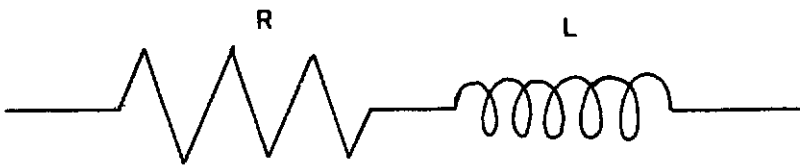


FIG N°18

Se sabe además que

$$X_L = 2\pi fL$$

entonces substituyendo valores en la ecuación nº (49) obtenemos:

$$10,0\Omega = \left[\left(\frac{2\pi(125)L_a}{s} \right)^2 + (7,4\Omega)^2 \right]^{1/2}$$

Ya que estamos interesados en L_a :

$$L_a = \left[\frac{[(10,0\Omega)^2 - (7,4\Omega)^2] \cdot s^2}{4\pi^2 (125)^2} \right]^{1/2} = 0,008563 \Omega \cdot s$$

$$L_a = 8,563 \times 10^{-3} \text{ Henry}$$

Es necesario aclarar en este instante que la frecuencia encontrada (por lectura del generador de señales, cuando las caídas de tensión en la bobina y resistencia son iguales), no es la frecuencia de nuestro excitador, si no que la frecuencia de la bobina excitadora.

V.11. Medida de (V_{\max}/R_a)

Para hacer la lectura de esta grandeza, es necesario estar conciente que la corriente que circula por la resistencia de $0,4\Omega$ (que está en serie con el capacitor) es la misma que la que pasa por la resistencia de la bobina excitadora, esto es, R_a .

Entonces aplicando la ley de Ohm, tenemos.

$$I = (V_{\max}/Ra)$$

Donde V_{\max} = es el voltaje máximo (pico a pico), que recibe nuestra bobina excitadora para cada uno de los voltajes leídos en el osciloscópio y con los cuales se consiguieron graficar, gráficas n°(11),(12)y n° (13) .

Explicando mas claramente dicha situación, y tal como es enunciado en sección correspondiente a medidas, para poder encontrar nuestro modelo matemático hubo la necesidad de utilizar el voltaje leído entre la resistencia de 0.4Ω y el capacitor, como referencia; (este voltaje es el que nos sirvió para conocer entre otras cosas, el ángulo de fase).

Regresando nuevamente a dicha sección, se verá que los voltajes utilizados para trabajar fueron respectivamente

$$V_1 = 15 \text{ Volts}$$

$$V_2 = 20 \text{ Volts}$$

$$V_3 = 25 \text{ Volts}$$

repetiendo nuevamente, dichos voltajes fueron leídos por el osciloscópio entre la resistencia y el capacitor en serie. Ver figura n° (12) .

Entonces al encontrarnos con estos tres voltajes referenciales podíamos perfectamente encontrar el valor de

(V_{\max}/R_a) y fué lo que a continuación se hizo.

El valor de (V_{\max}/R_a) es exactamente el mismo que (V/R) siendo V la caída de tensión sobre la resistencia de $0,4\Omega(R)$.

Por lo tanto solo bastaba obtener en la tela del osciloscópio el valor de cada uno de los tres voltajes enunciados anteriormente y efectuar las respectivas medidas de caída de tensión sobre la resistencia. Decimos que solo bastaba ó era suficiente, ya que la resistencia se comporta en forma constante, esto es $R = 0,4\Omega$.

Para mayor seguridad en las medidas, después de que eran alcanzados cada uno de los tres voltajes anteriores en la tela del osciloscópio, se desligaba el mismo de su posición original y se procedía a medir la caída de tensión sobre la resistencia, a continuación y para comparar se medía también e inmediatamente después con el multímetro digital.

Ya que la lectura del multímetro digital es efectiva, no olvidar la diferencia con la leída en el osciloscópio.

En tabla n° (12) son mostrados los valores de lo medido.

Es necesario decir también con respecto a la utilización del multímetro digital, que para medir voltajes, la tecla de la izquierda debe de estar en ACV (si es corriente alter

na la que está circulando por la resistencia, como es el caso).

En gráficas n° (11), (12) y n° (13) son colocadas entonces las corrientes respectivas que llegan a la bobina excitadora, para cada una de las mediciones realizadas. Podríamos afirmar en comienzo, que dicha información constituye un factor importante de construcción.

Tabla n° (12)

Volts Ref	Resist	Volts Oscilos	Volts Efecti	Volts Multi	Corriente
V	R	V	V	V	$I = \frac{V_{max}}{R_a} = \frac{V_{efec}}{R}$
Volts	ohm	Volts	Volts	Volts	Amp.
15,0	0,4	0,36	0,127	0,122	0,31
20,0	0,4	0,50	0,176	0,176	0,44
25,0	0,4	0,64	0,226	0,223	0,56

V.12. Generalidades

Teniendo los tres datos anteriores, esto es: R_a , L_a y V_{max}/R_a , proscedemos a hacer los cálculos subsecuentes:

De ecuación general tenemos:

$$F_o = \frac{I_b K_1}{R_a} V_{max}$$

Ahora, como estamos interesados en encontrar $I_b K_1$, para cada una de las tres mediciones encontramos:

$$I_b K_1 = \frac{F_o R_a}{V_{max}} = \frac{8.9N \times 1}{0,31 \text{ amp}} = 28,71 \frac{\text{henry-amp}}{m} \quad (50)$$

$$IbK_1 = \frac{F_o Ra}{V_{max}} = \frac{11,866 \text{ N} \times 1}{0,44 \text{ amp}} = 26,96 \frac{\text{henry} - \text{amp}}{\text{m}} \quad (51)$$

$$IbK_1 = \frac{F_o Ra}{V_{max}} = \frac{14,833 \text{ N} \times 1}{0,56 \text{ amp}} = 26,48 \frac{\text{henry-amp}}{\text{amp}} \quad (52)$$

De expresiones n° (50) , n° (51) y n° (52) , y en vista de que son aproximadamente iguales (en el caso teórico, las tres deberían ser iguales), se decidió que el verdadero valor del factor de construcción IbK_1 sería la media de las tres medidas:

Por consiguiente:

$$IbK_1 \approx 27,38 \frac{\text{henry-amp}}{\text{m}}$$

Continuando con nuestro desarrollo, de ecuación general :

$$Bd = C - \frac{(IbK_1)^2}{Ra} = \left(124,47 - \frac{(27,38)^2}{7,4} \right) \frac{\text{N} - \text{s}}{\text{m}} \approx 23,16 \frac{\text{N-s}}{\text{m}}$$

Como es mencionado anteriormente, Bd representa el amortiguamiento de la adición mecánica, por consiguiente de la ecuación anterior se puede deducir el factor de amortiguamiento de de nuestro excitador, esto es:

$$\frac{(IbK_1)^2}{Ra} \approx 101,31 \frac{\text{N} - \text{s}}{\text{m}}$$

De ecuación de la capacitancia:

$$C = \frac{2,18 \text{ kgm}}{(27,38 \text{ henry-amp/m})^2} = 2,90 \times 10^{-3} \text{ farad}$$

Donde C, representa la capacitancia de nuestro excitador bajo estudio.

De ecuación de la frecuencia:

$$f_n = \frac{1}{2\pi \sqrt{8,563 \times 10^{-3} \times 2,90 \times 10^{-3}}} = 31,94 \text{ c.p.s.}$$

f_n es en este caso, la frecuencia natural de dicho excitador.

Y finalmente, por ecuación del factor Q:

$$Q = \frac{2\pi \times 31,94 \times 8,563 \times 10^{-3}}{7,4} \approx 0,23$$

Puede ser observada la relación entre dicho factor de merito (que es bajo) con la forma de gráfica nº14.

Teniendo, prácticamente todas las características de proyecto de nuestro excitador, se creyó conveniente dar algunas informaciones necesarias en lo que refiere a propiedades y dimensiones, tanto del imán, como de la bobina.

Características del imán:

Remanencia: 3.800 gauss

Fuerza coercitiva: 2.200 oersteds

Producto Máximo de Energía: 3,5 m.g.o

Campo magnético para saturación: 10.000 oerstes

Temperatura de Curie: 450°C

Composición Química: $B_aO, 6 Fe_2O_3$

Peso específico: 5,0 g/cm³

Material cerámico

Diámetro externo: 147,0 mm

Diámetro interno: 63,0 mm

Altura: 18,0 mm

Peso: 1248,0 gramos

Características de la bobina excitadora:

Air gap : Largo - 27,0mm

Ancho - 2,0mm

Nº de espiras: 50

Material de espiras: cobre

Enrollado de espiras en: aluminio

Espesura del aluminio: 0,2mm

Largo del aluminio: 27,0mm

CAPÍTULO VI

COMPARACIÓN DE RESULTADOS

VI.1. Conclusión de la Comparación de Resultados

Después de haberse obtenido resultados tanto teóricos como experimentales es necesario hacer una serie de comparaciones y por consiguiente elaborar una serie de conclusiones.

a. Según puede ser observado en parte correspondiente al proyecto de la suspensión, lo calculado, satisfizo nuestras exigencias ya que los valores que se obtuvieron como ser , su desplazamiento máximo en la dirección axial, lo mismo que la fuerza de excitación aplicada están enmarcados dentro de los valores permisibles.

b. El factor de proporcionalidad (R) encontrado con el objetivo de ver la relación existente entre el voltaje leído y la amplitud de la fuerza de excitación (F_0) se vió que responde satisfactoriamente para las tres medidas realizadas.

c. Observando gráficas y tablas correspondientes a las tres mediciones hechas, podemos afirmar que en principio las tres gráficas experimentales son cualitativamente iguales a sus respectivas teóricas.

Cuantitativamente hablando ellas presentan en ciertos intervalos similitudes bastante sorprendentes y según puede ser observado solo en la parte final de la faja de frecuencias con que se trabajó presentan una relativamente pequeña diferencia.

d. Los valores de K y C encontrados teóricamenen

te (esto es, con el modelo matemático que mejor nos satisfizo los datos leídos de la amplitud y la frecuencia), son muy parecidos (si tomamos en consideración su magnitud), a los hallados por procesos exclusivamente experimentales (encontrados con el uso de las pesas y poleas, lo mismo que con el desplazamiento infligido con el dedo)

e. Las mediciones eléctricas también calculadas teórica y experimentalmente satisfacen con una gran igualdad sus comparaciones.

FRECUENCIA	AMPLITUD TEORI	AMPLITUD REAL	ANG. DE FASE Te	ANG. DE FASE Re
δ	X_T	X_R	θ	θ
(HZ)	(mm)	(mm)	(°)	(°)
15,00	0,746	0,700	100,241	97,50
17,00	0,580	0,555	119,843	120,00
19,00	0,438	0,440	132,932	134,00
20,00	0,383	0,395	137,684	138,50
21,00	0,336	0,345	141,583	142,50
22,00	0,298	0,300	144,821	145,50
23,00	0,265	0,275	147,543	149,00
25,00	0,214	0,225	151,852	153,00
26,00	0,194	0,205	153,583	155,00
27,00	0,177	0,190	155,101	155,50
29,00	0,149	0,155	157,639	157,50
30,00	0,137	0,145	158,710	159,00
31,00	0,127	0,130	159,677	159,50
34,00	0,102	0,105	162,083	161,50
40,00	0,071	0,065	165,441	165,00
44,00	0,058	0,050	167,026	166,50
50,00	0,044	0,030	168,823	167,00
56,00	0,034	0,025	170,165	168,00

Tabla nº 13

Modelo Matemático

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 8,90 \text{ sen } \omega t$$

FRECUENCIA	AMPLIT. TEOR.	AMPLIT. REAL	ANG. DE FASE TEOR.	ANG. DE FASE REAL
f	X_T	X_R	θ	θ
(Hz)	(mm)	(mm)	(°)	(°)
15,00	0,994		100,241	97,50
17,00	0,773		119,843	118,00
19,00	0,584	0,590	132,932	131,00
20,00	0,510	0,520	137,684	139,00
21,00	0,448	0,455	141,583	142,00
22,00	0,397	0,405	144,821	143,50
23,00	0,353	0,360	147,543	147,50
25,00	0,286	0,290	151,852	152,00
26,00	0,259	0,260	153,583	149,00
27,00	0,236	0,235	155,101	153,50
29,00	0,198	0,200	157,639	159,00
30,00	0,183	0,180	158,710	157,00
31,00	0,169	0,170	159,677	160,50
34,00	0,137	0,140	162,083	161,00
40,00	0,095	0,090	165,441	167,00
44,00	0,077	0,070	167,026	168,50
50,00	0,058	0,055	168,823	169,00
56,00	0,046	0,045	170,165	170,00

Tabla n° 14

Modelo Matemático

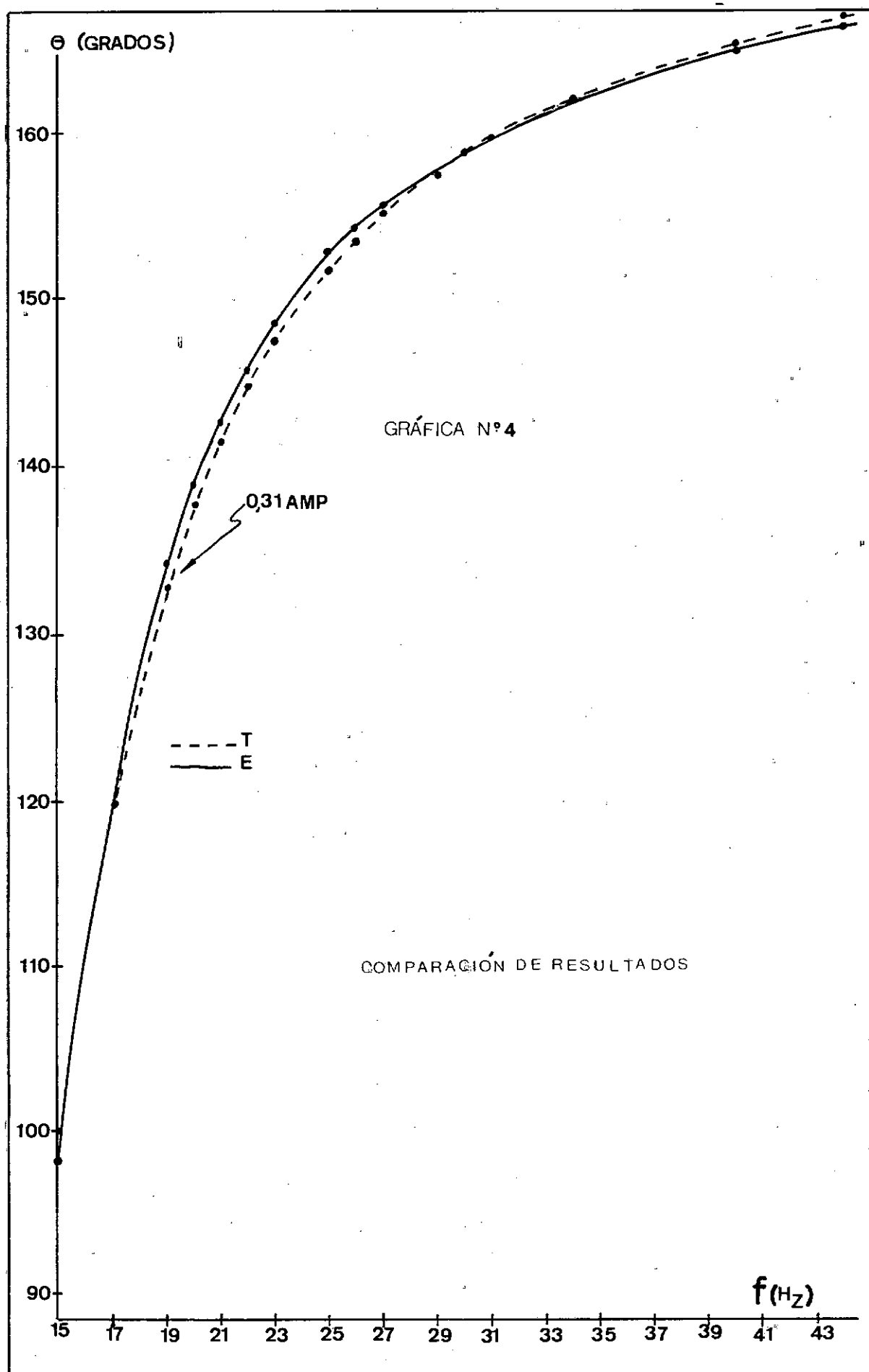
$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 11,86 \text{ sen } \omega t$$

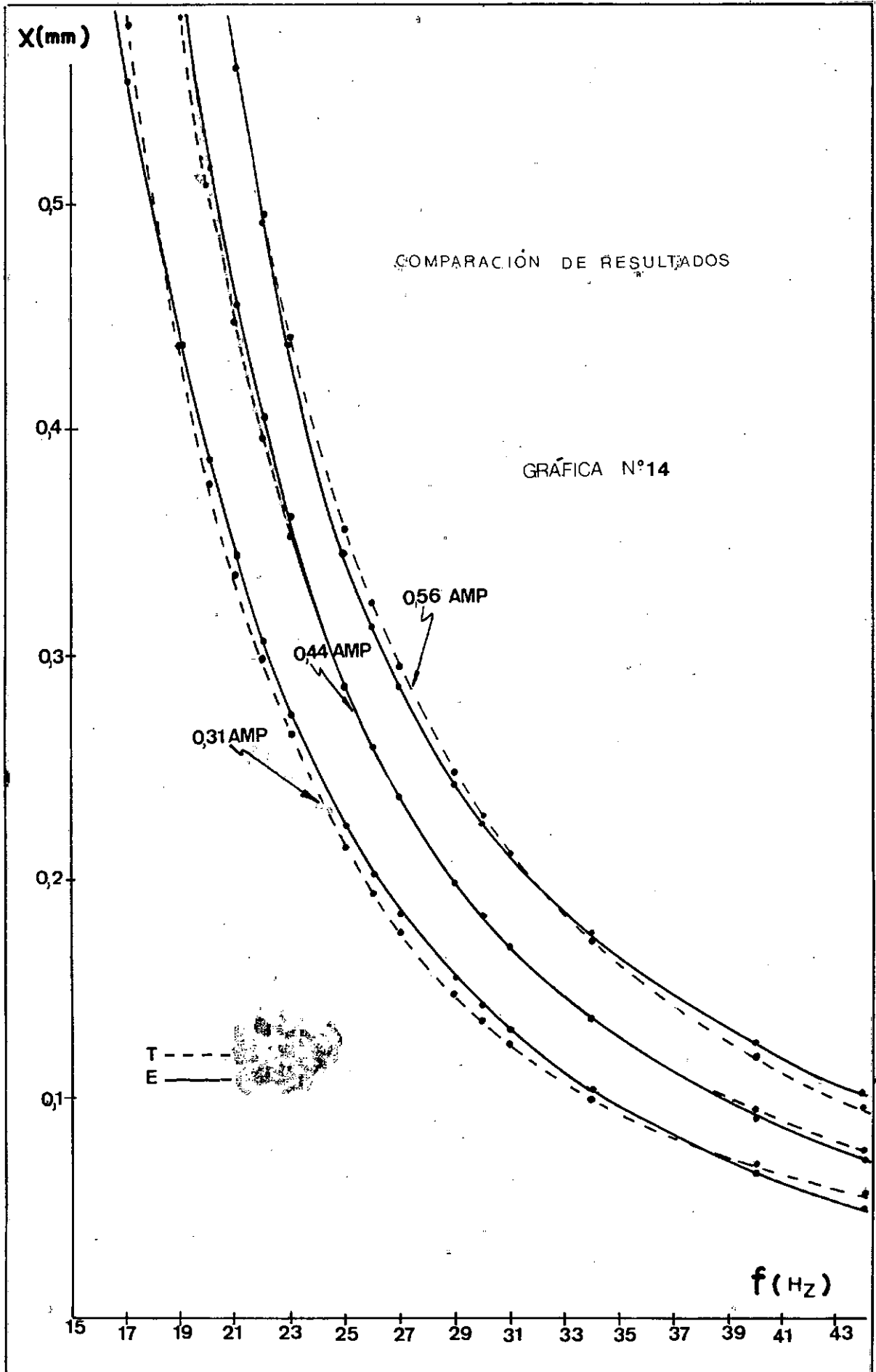
FRECUENCIA	AMPLITUD TEOR.	AMPLITUD REAL	ANG. DE FASE TEOR.	ANG. DE FASE REAL
f	X_T	X_R	θ	θ
(HZ)	(mm)	(mm)	(°)	(°)
15,00	1,243		100,241	101,00
17,00	0,967		119,843	118,50
19,00	0,730		132,932	130,50
20,00	0,638	0,650	137,684	136,00
21,00	0,561	0,560	141,583	140,50
22,00	0,496	0,495	144,821	143,50
23,00	0,442	0,440	147,543	146,50
25,00	0,357	0,345	151,852	150,00
26,00	0,324	0,320	153,583	152,00
27,00	0,295	0,285	155,101	157,00
29,00	0,248	0,240	157,639	159,50
30,00	0,229	0,225	158,710	160,00
31,00	0,212	0,210	159,677	161,00
34,00	0,171	0,175	162,083	161,50
40,00	0,119	0,125	165,441	163,00
44,00	0,096	0,105	167,026	164,50
50,00	0,073	0,080	168,823	165,00
56,00	0,057	0,065	170,165	167,00

Tabla n° 15

Modelo Matemático

$$2,18 \ddot{X} + 124,47 \dot{X} + 17243,91 X = 14,83 \text{ sen } \omega t$$





CAPÍTULO VII

CONCLUSIÓN DEL TRABAJO

Enumerando a continuación una serie de conclusiones que fueron obtenidas en el desarrollo del presente trabajo, tenemos:

01. El modelo matemático aplicado al alto parlante y consecuentemente también a la adición mecánica, se mostró altamente satisfactorio y por que no decirlo completo para el estudio experimental de un excitador de vibraciones con un movimiento de un grado de libertad.

02. Fué verificado de la misma manera, que todas las restricciones que fué necesario adoptar, no entorpecieron el normal desenvolvimiento del desarrollo.

03. Las cantidades a ser medidas y calculadas, fueron encontradas en su totalidad, ya sea por métodos directos de medición electro-mecánica, o por medio de métodos analíticos ampliamente conocidos.

04. En vista de que en nuestro prototipo tenemos un imán permanente, substituyendo una bobina estacionaria, los valores de I_b y K_1 no fué posible hallarlos independientemente, como sería el caso ideal.

Con lo anterior se pudo concluir que la depen-

dencia de ambos factores con respecto a la bobina es real.

05. En el estudio suplementario que se hizo (en forma teórica) de un modelo de excitador con dos grados de libertad (conseguido por medio de la substitución del tornillo que liga parte saliente de la bobina excitadora con barra colgante, con un resorte) se pudo concluir que caso se realizara experimentalmente se tendría una relación infinita entre la constante de amortiguamiento (C) y la constante de amortiguamiento crítico (C_c), ver gráfica n° 5.

06. La adición mecánica utilizada en nuestro prototipo experimental se mostró satisfactoria, tanto en sus utilidades como en sus objetivos.

Sin dicha adición mecánica hubiera sido virtualmente imposible un estudio amplio y completo, dadas las características de nuestros aparatos a disposición.

Por ejemplo, puede ser citado el caso a modo general que cuando se generaba una determinada frecuencia de entrada en nuestro excitador el movimiento resultante era infinitamente, pequeño y que dadas las características del aparato registrador de movimientos (fotodiodo resistivo) no se podían persivir.

Por el contrario, si hacíamos uso de un amplificador de tal manera que el movimiento que se genera en el excitador tuviera mas amplitud, se corría el riesgo de trabajar en una pequeña faja de frecuencias, ya que aun con el nivel de amplifica-

dor en una escala media, no era remoto que la destrucción ocurriera (particularmente en el sistema de suspensión y bobina excitadora).

07. También puede ser concluido que si bien es cierto dicha adición, no satisface exactamente un modelo de un grado de libertad (por estar, entre otras cosas, colgada con hilos) no es menos cierto que los resultados obtenidos lleven a pensar lo contrario, o sea que satisface las características para simular un movimiento con un solo grado de libertad.

08. El movimiento que se obtuvo, según los resultados obtenidos, puede clasificarse de estrictamente axial.

09. Se cree conveniente afirmar, que aún cuando fueron o son ignoradas una serie de variables el método utilizado para dimensionar la suspensión fué satisfactorio.

10. El uso de una laminilla interceptora de luz es realmente un procedimiento sumamente simple (unido por supuesto a la presencia de una lámpara y un fotoresistor) para medir desplazamientos.

11. Se concluyó también que el fotoresistor no es en su totalidad de respuesta lineal lo mismo que al cambiarlo a diferentes posiciones sus características varían.

12. Una observación que podría ser considerada en trabajos futuros sería ver como influye la distancia que hay en

tre la lámpara y el fotoresistor, ya que como es lógico suponer al interponerse la laminilla entre ambos, el haz de luz que le llega a la resistencia del fotoresistor probablemente no será igual, si la lámpara estuviera mas ó menos creca de él. (Fig. nº 11).

13. Conclusiones pueden ser obtenidas también en lo que a los errores presentes se refiere (Ver seccion IV.5.).

14. El circuito eléctrico global utilizado resultó ser sumamente sencillo y práctico para la realización de nuestras medidas.

15. El osciloscópio nos permitió concluir que por medio de él es posible encontrar datos, si bien es cierto no en forma directa por lo menos sirviendo como un referencial.

Este es el caso por ejemplo del valor de la amplitud de la fuerza de excitación.

16. Se pudo verificar también que entre mayor ra la corriente introducida en la bobina excitadora para una misma frecuencia, mayor era la amplitud de movimiento que surgía en nuestro prototipo.

17. El procedimiento utilizado para encontrar K resultó ser válido y mas que todo versatil.

18. Lo mismo se puede afirmar del método usado para hallar C .

19. La influencia de la resistencia y capacitor utilizados en nuestro circuito no tienen peso significativo.

20. El procedimiento para encontrar R_a , L_a y (V_{\max}/R_a) resultó óptimo por su facilidad.

21. Como era de esperarse el amortiguamiento de la adición mecánica resultó menor que el de nuestro excitador.

BIBLIOGRAFIA

- (1) SCHMITZ, N.L.; NOVOTNY, D.W. - Introductory Electromechanics, The Ronal Press Company, p 315, 1965.
- (2) THOMSON, W.T. - Teoria da Vibração com Aplicações, Editora Interciência, p 462, 1978.
- (3) DEN HARTOG, J. P. - Vibrações nos Sistemas Mecânicos, Editora Edgard Blücher Ltda., p 366, 1972.
- (4) LAFITA BABIO, F.; MATA CORTÉS, H. - Introducción a la Teoría de Vibraciones Mecánicas, Editorial LABOR S.A., p 283, 1968.
- (5) - Handbook of Electronic Tables & Fórmulas, George Allen and Unwin Ltd., p 216, 1971.
- (6) SPOTTS, M.F. - Proyecto de Elementos de Máquinas, Editorial Reverté. S.A., p 690, 1972.
- (7) THOMSON, W.T.; PESTEL, E.C. - STATICS, Mc Graw-Hill Book Company, p 400, 1969.
- (8) MEIROVITCH, L. - Elements of Vibration Analysis - Mc Graw-Hill KOGAKUSHA, Ltd, p 495, 1975.
- (9) KREYSZIG, E. - Matemática Superior (Volumen 4) Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., p 614-850, 1976.

- (10) ROARK, R.J.; YOUNG, W.C. - Formulas for Stress and Strain,
McGraw-Hill Kogakusha, LTD, p 624, 1975.

APÉNDICE N° ISistemas Doblemente Excitados

Un sistema doblemente excitado es uno de dos bobinas, caracterizado por curvas de magnetización (contracción interna) de la forma:

$$\lambda_1 = \lambda_1(i_1, i_2, x) \quad (1.a)$$

$$\lambda_2 = \lambda_2(i_1, i_2, x)$$

Donde los fujos articulados son considerados como las variables dependientes ó alternativamente

$$i_1 = i_1(\lambda_1, \lambda_2, x) \quad (2.a)$$

$$i_2 = i_2(\lambda_1, \lambda_2, x)$$

Donde las corrientes son las variables dependientes. Un ejemplo de este esquema es mostrado en la figura n° (1.A).

Es aparente que estas dos bobinas tienen un esquema completamente similar en ambas estructuras, lo mismo que un similar propósito.

La única diferencia real es la interacción magnética entre las dos bobinas excitadas. Análisis de estos sistemas mas complicados debería ser visto como una extensión de los métodos empleados en el caso de sistemas simples.

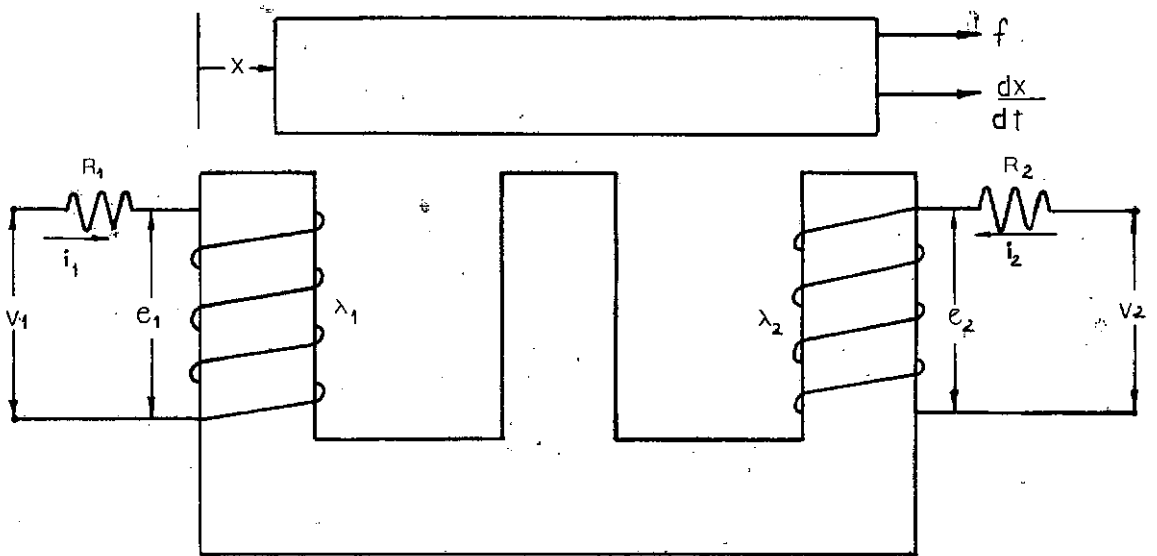


FIG N°1.A

SISTEMA
ELECTROMAGNÉTICO
DOBLEMENTE
EXITADO

Partiendo de un sistema simple, sabemos que el procedimiento para sistemas mas complejos pero similares es simplemente usar la técnica analítica de uso en dichos sistemas. De ésta forma, según Schmitz y Novotny ⁽¹⁾ el patrón consiste primero en comenzar con la ecuación de balance de potencia:

$$\delta \frac{dx}{dt} = \frac{dwe}{dt} - \frac{dw\phi}{dt} \quad (3.a)$$

Donde:

w_e = Energía eléctrica (Joule)

w_ϕ = Energía de campo (Joule)

Y buscamos una solución para la fuerza δ a través de la evaluación de la potencia eléctrica y la potencia de campo asociada con un desplazamiento arbitrario.

Al igual que el simple excitado, nosotros tenemos que decidir cuales son las variables del sistema que pueden ser consideradas como variables independientes. El sistema considerado (ecuación n° 3.a) es caracterizado por 5 variables: dos corrientes, dos articulaciones ó ligaciones y una coordenada mecánica. En éste punto tenemos una u otra ecuaciones de restricción interna ó sea ecuación n° (1.a) ó ecuación n° (2.a). Solamente tres variables pueden ser especificadas independientemente.

Por conveniencia, la ecuación n° (2.a) da la necesaria relación que describirá el sistema.

La potencia eléctrica de entrada puede entonces ser escrita así:

$$\frac{dwe}{dt} = e_1 i_1 + e_2 i_2 = i_1 \frac{d\lambda_1}{dt} + i_2 \frac{d\lambda_2}{dt} \quad (4.a)$$

Esta ecuación está escrita en la forma que no nosotros deseamos, ya que envuelve derivadas de las variables independientes λ_1 y λ_2 .

La potencia de campo es determinada por el primer hallazgo de la energía de campo (hay que encontrar primero la energía de campo).

Ahora si nosotros restringimos el análisis para sistemas que satisfagan la ecuación:

$$\frac{\partial i_1}{\partial \lambda_2} = \frac{\partial i_2}{\partial \lambda_1} \quad (5.a)$$

La energía de campo es una función de estado de las variables del sistema y según muestran Schmitz y Novotny⁽¹⁾, es dada por la integral:

$$(6.a) \quad w_f = \int_0^{\lambda_1, \lambda_2} \left[i_1(\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, x) d\tilde{\lambda}_1 + i_2(\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, x) d\tilde{\lambda}_2 \right]$$

La ecuación de ésta integral a lo largo de una trayectoria del mismo campo resulta que depende solo del punto final sobre la cual se evaluó, por lo tanto sobre λ_1 y λ_2 .

El valor de la integral solo depende sobre el valor particular de X bajo consideración; en general tenemos entonces

$$w_f = w_f(\lambda_1, \lambda_2, x) \quad (7.a)$$

Consecuentemente la potencia de campo puede ser reescrita así:

$$\frac{dw_f}{dt} = \frac{\partial w_f}{\partial \lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_1}{dt} + \frac{\partial w_f}{\partial \lambda_2} \cdot \frac{d\lambda_2}{dt} + \frac{\partial w_f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (8.a)$$

Substituyendo expresiones n° (4.a) y n° (8.a) en ecuación de balance de potencia tenemos:

$$(9.a) \quad f \frac{dx}{dt} = i_1 \frac{d\lambda_1}{dt} + i_2 \frac{d\lambda_2}{dt} - \frac{\partial w_f}{\partial \lambda_1} \cdot \frac{d\lambda_1}{dt} - \frac{\partial w_f}{\partial \lambda_2} \cdot \frac{d\lambda_2}{dt} - \frac{\partial w_f}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$$

Reagrupando terminos de ecuación n° (9.a), nos queda:

$$\left(f + \frac{\partial w_f}{\partial x} \right) \frac{dx}{dt} = \left(i_1 - \frac{\partial w_f}{\partial \lambda_1} \right) \frac{d\lambda_1}{dt} + \left(i_2 - \frac{\partial w_f}{\partial \lambda_2} \right) \frac{d\lambda_2}{dt} \quad (10.a)$$

Siguiendo la misma linea de razonamiento para el caso de sistemas simplemente excitados, ésta ecuación n° (10.a) puede ser influenciada por todas las variaciones posibles de las variables independientes λ_1, λ_2 y x si cada uno de los términos dentro del paréntesis es idénticamente cero.

$$f + \frac{\partial w_f}{\partial x} = 0 \quad (11.a)$$

$$i_1 - \frac{\partial w_f}{\partial \lambda_1} = 0 \quad (11.a)$$

$$i_2 - \frac{\partial w_f}{\partial \lambda_2} = 0$$

Por lo tanto, para un sistema doblemente excitado la fuerza es dada por:

$$f = - \frac{\partial w_f}{\partial x} (\lambda_1, \lambda_2, x) \quad (12.a)$$

Se puede observar que la ecuación n° (12.a) proviene de la ecuación n° (11.a) y de la ecuación n° (7.a). La ecuación n° (12.a) muestra que es del mismo tipo que la ecuación aplicada para sistemas simplemente excitados.

Ello debería ser ahora aparente que si nosotros repetimos el análisis con la corriente seleccionada, como las variables independientes, obtendríamos:

$$f = \frac{\partial w_{co}}{\partial x} (i_1, i_2, x) \quad (13.a)$$

Observar que la ecuación n° (13.a) es una comparación con la ecuación n° (12.a), lo mismo que una substitución de variables (ver ecuaciones n° (1.a) y (2.a)). w_{co} es llamada con el término de coenergía.

La ecuación n° (13.a) es una forma alternativa de la ecuación de fuerza para un sistema doblemente excitado.

La similaridad de esta ecuación de fuerza con la correspondiente ecuación para un sistema simplemente excitado es apreciable y no inesperada. La básica similitud o similaridad de los sistemas sugiere este tipo de resultados.

Ecuación de Fuerza General

Ahora imaginemos nosotros un sistema con un número grande de bobinas de excitación. Es aparente que cada bobina adicional, dará como resultado la adición de términos de la forma:

$$\left(i_j + \frac{\partial w_f}{\partial \lambda_j} \right) \frac{d\lambda_j}{dt} \quad (14.a)$$

En el lado derecho de la ecuación n° (10.a). El lado izquierdo de dicha ecuación, entretanto es inalterable, excepto que la energía de campo es ahora dependiente sobre un número largo de articulaciones de flujo.

Entonces la ecuación de fuerza conserva la misma forma en esencia cuando sobre el dispositivo o circuito son colocadas bobinas excitantes en número mayor que dos.

Si el sistema es tal que tiene una parte mecánica móvil, nosotros simplemente obtenemos una ecuación similar a la ecuación n° (10.a) para cada una de las X^i 's.

La fuerza mecánica es dada siempre por la ecuación:

$$f_j = - \frac{\partial w_f}{\partial X_j} (\lambda_1, \dots, \lambda_n, X_1, \dots, X_m) \quad (15.a)$$

Donde X_j es la coordenada mecánica que describe la posición de la parte sobre la cual nosotros deseamos computar o medir la fuerza. La notación empleada en la ecuación n° (15.a) se aplica a sistemas con n bobinas excitantes y m partes mecánicas móviles; Donde m y n pueden tomar un valor positivo entero.

Similares comentarios se pueden hacer para el análisis en término de las corrientes como variables independientes, con el resultado que la fuerza mecánica puede entonces ser escrita así:

$$f_j = \frac{\partial w_{co}}{\partial X_j} (i_1, \dots, i_n, X_1, \dots, X_m) \quad (16.a)$$

Para evitarse la necesidad de escribir la dependencia funcional de w_f y w_{co} , se adopta la siguiente notación:

$$f_j = - \left. \frac{\partial w_f}{\partial X_j} \right|_{\lambda} \quad (17.a)$$

$$f_j = \left. \frac{\partial w_{co}}{\partial X_j} \right|_i$$

Donde la primera de las ecuaciones n° (17.a) significa evaluada en λ la segunda evaluada en i (por supuesto como variables independientes).

El significado es el mismo como el de las ecuaciones originales, por ejemplo en ecuación n° (17.a) la fuerza es ob

tenida como el promedio de cambio de la coenergía con respecto a X_j cuando todas las corrientes y todas las X 'S son forzosamente fijadas.

Sistemas Magnéticamente Lineales

El sistema lineal sirve para muchos propósitos en sistemas múltiples excitados como también en el caso de simplemente excitado. Éste modelo es una aproximación excelente para muchos sistemas físicos y por lo tanto provee un medio de análisis relativo a problemas complejos en una forma simple y bien organizada.

Por lo tanto esto provee un punto de partida para evaluar qué procedimiento es mas riguroso en el estudio de sistemas incluyendo no linealidades.

En muchos casos la aproximación lineal es suficientemente precisa y por lo tanto no es necesario continuar con un gran análisis. La precisión ó validez de la aproximación es de curso dependiente sobre la naturaleza del sistema bajo estudio y puede muchas veces ser determinada solo después que el análisis es completado.

En ciertos casos la aproximación lineal falla para demostrar el básico fenómeno de interés y entonces como una alternativa se incluye el importante efecto de la no-linealidad. Como ejemplo de esta falla tenemos la excitación propia de las máquinas de corriente directa. Justamente en estos casos la aproximaci-

ón lineal es evaluada como una guía para el subsecuente estudio de tallado de la no-lienalidad de sistemas.

Un sistema lineal electromagnético es un sistema en el cual las relaciones entre los flujos de las articulaciones y las corrientes son un conjunto de ecuaciones lineales.

El medio mas común de describir esas relaciones, envuelve las inductancias dobles. Las ecuaciones de flujo de articulaciones son entonces:

$$\lambda_1 = L_1(X) i_1 + L_{12}(X) i_2 \quad (18.a)$$

$$\lambda_2 = L_{21}(X) i_1 + L_2(X) i_2$$

En ecuaciones n° (18.a) , los coeficientes $L_1(X)$ y $L_2(X)$ son las inductancias propias de los dos envolventes de la bobina, con $L_{12}(X)$ y $L_{21}(X)$ que son las inductancias mütuas entre ambas bobinas.

Según Schmitz y Novotny⁽¹⁾, por ser la energía de campo una función de estado, las inductancias mütuas deben ser iguales, esto es:

$$L_{12}(X) = L_{21}(X) \quad (19.a)$$

Todo el trabajo siguiente es restricto para sistemas que obedecen esta restricción.

Nosotros ahora regresamos al problema de desarrollar ecuaciones para la fuerza en dispositivos magnéticos lineales.

La energía de campo almacenada en el sistema de dos bobinas descrito por ecuación n° (18.a) es:

$$(20.a) \quad w_f = \frac{1}{L_1(X) L_2(X) - [L_{12}(X)]^2} \left[L_2(X) \frac{\lambda_1^2}{2} + L_1(X) \frac{\lambda_2^2}{2} - L_{12}(X) \lambda_1 \lambda_2 \right]$$

ó alternativamente, en términos de la corriente de la envolvente de la bobina:

$$w_f = \frac{1}{2} i_1^2 L_1(X) + \frac{1}{2} i_2^2 L_2(X) + i_1 i_2 L_{12}(X) \quad (21.a)$$

consecuentemente, una forma de la ecuación de fuerza puede ser obtenida aplicando la ecuación:

$$f = - \left. \frac{\partial w_f}{\partial X} \right|_{\lambda} \quad (22.a)$$

Como la variable independiente es λ , tenemos que aplicar la ecuación n° (20.a) para el correspondiente valor de w_f .

$$f = - \frac{d}{dx} \left[\frac{1/2 \lambda_1^2 L_2(X) + 1/2 \lambda_2^2 L_1(X) - \lambda_1 \lambda_2 L_{12}(X)}{L_1(X) L_2(X) - [L_{12}(X)]^2} \right] \quad (23.a)$$

Esta ecuación da la fuerza en término de el flujo de las articulaciones, excepto cuando de una escogencia de inductancias que describen el sistema, el resultado severía completa

mente envuelto en función de ellas. (Mas claramente hablando, es necesario escoger las inductancias). Un camino seguido para obtener el resultado deseado puede ser, substituir las ecuaciones de articulación (ecuaciones n° (18.a) dentro de ecuación n° (23.a) y simplificar el resultado. Ahora bien, el método mas usado es utilizando ecuación n° (17.a) . Reescribiéndola nuevamente tenemos:

$$\delta = \frac{\partial w_{co}}{\partial x} \bigg|_i \quad (24.a)$$

Para aplicar ecuación n° (24.a) nosotros debemos evaluar la coenergía asociada con el sistema lineal. Una de las importantes propiedades de sistemas lineales es que la energía de campo y la coenergía son iguales.

Para sistemas simplemente excitados dicha demostración puede ser encontrada en la referencia n° 1.

Nosotros ahora demostraremos la validez para sistemas doblemente excitados hallando la coenergía por la integral de línea definida.

$$w_{co} = \int_0^{i_1, i_2} (\lambda_1 d\tilde{L}_1 + \lambda_2 d\tilde{L}_2) \quad (25.a)$$

Seleccionando un camino de integración como el mostrado en la figura n° (2.A) nosotros tenemos:

$$w_{co} = \int_0^{i_1} [L_1(x)\tilde{L}_1 + L_{12}(x)0] d\tilde{L}_1 + \int_0^{i_2} [L_{12}(x)i_1 + L_2\tilde{L}_2] d\tilde{L}_2 \quad (26.a)$$

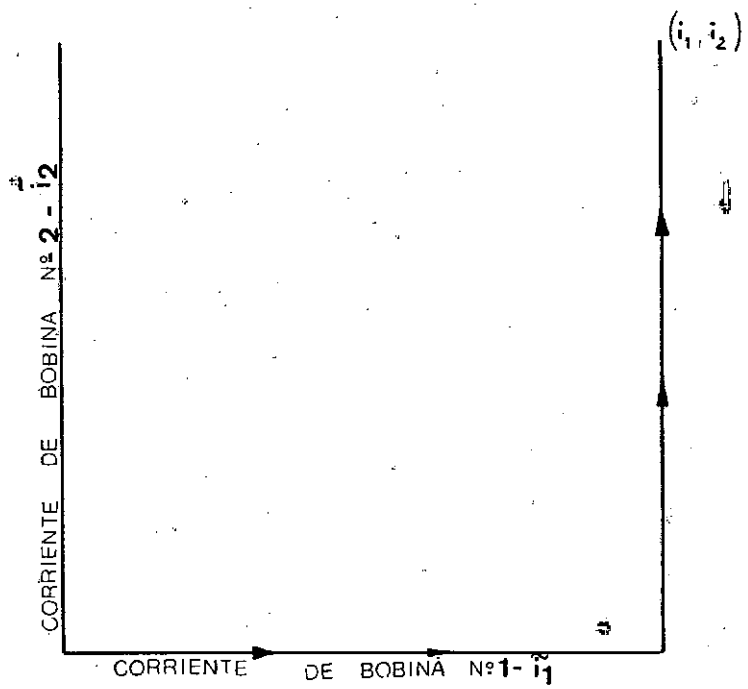


FIG Nº 2.A

INTEGRACIÓN PARCIAL
PARA EVALUAR
LA COENERGÍA

$$w_{co} = \frac{1}{2} i_1^2 L_1(X) + \frac{1}{2} i_2^2 L_2(X) + i_1 i_2 L_{12}(X) \quad (27.a)$$

Esta es la misma expresión que la de ecuación n° (21.a) , para energía de campo, consecuentemente, entonces nosotros podemos concluir que:

$$w_f = w_{co} \quad (28.a)$$

para sistemas lineales.

La fuerza puede ahora ser obtenida aplicando la ecuación n° (24.a)

$$f = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{1}{2} i_1^2 L_1(X) + \frac{1}{2} i_2^2 L_2(X) + i_1 i_2 L_{12}(X) \right] \quad (29.a)$$

$$f = \frac{1}{2} i_1^2 \frac{d}{dx} L_1(X) + \frac{1}{2} i_2^2 \frac{dL_2}{dx} (X) + i_1 i_2 \frac{dL_{12}(X)}{dx} \quad (30.a)$$

La ecuación n° (30.a) es la mas aplicada para sistemas doblemente excitados.

Ecuaciones del Circuito Eléctrico

La forma general de las ecuaciones de un circuito eléctrico que describe un sistema múltiple excitado es ilustrado por la consideración de un doble sistema excitado (dos bobinas).

Las ecuaciones de voltaje son:

$$u_a = R a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} (X, i_a, i_b) \quad (31.a)$$

$$u_b = R b i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} (X, i_a, i_b) \quad (32.a)$$

Donde:

u_a = Voltaje de la bobina excitante, es función del tiempo.

u_b = Voltaje de la bobina estacionaria, es función del tiempo.

X = Distancia

i_a = Corriente que pasa ó circula por la bobina excitante, es función del tiempo.

i_b = Corriente que pasa ó circula por la bobina estacionaria, es función del tiempo.

En un sistema magnéticamente lineal:

$$\lambda_a = L_a(X) i_a + L_{ab}(X) i_b \quad (33.a)$$

$$\lambda_b = L_{ba}(X) i_a + L_b(X) i_b \quad (34.a)$$

Si tuviéramos bobinas adicionales c, d, e se requerirían ecuaciones de voltaje adicionales y términos adicionales en las funciones λ .

Por ejemplo si tuviéramos además de bobinas a y b , otra c tendríamos:

$$V_a = R_a i_a + \frac{d\lambda_a}{dt} (x, i_a, i_b, i_c) \quad (35.a)$$

$$V_b = R_b i_b + \frac{d\lambda_b}{dt} (x, i_a, i_b, i_c) \quad (36.a)$$

$$V_c = R_c i_c + \frac{d\lambda_c}{dt} (x, i_a, i_b, i_c) \quad (37.a)$$

$$\lambda_a = L_a(X) i_a + L_{ab}(X) i_b + L_{ac}(X) i_c \quad (38.a)$$

$$\lambda_b = L_b(X) i_b + L_{ba}(X) i_a + L_{bc}(X) i_c \quad (39.a)$$

$$\lambda_c = L_c(X) i_c + L_{ca}(X) i_a + L_{cb}(X) i_b \quad (40.a)$$

El análisis de un sistema doblemente excitado requiere la solución de ecuaciones n° (31.a) , n° (32.a) , n° (33.a) y n° (34.a).

Ecuaciones del Sistema Mecánico

La ecuación de fuerza eléctrica para un sistema lineal doblemente excitado es mostrada en la figura n° (3.A).

De ahí se puede concluir que dicha ecuación es:

$$f = \frac{1}{2} i_a^2 \frac{dL_a}{dx} + \frac{1}{2} i_b^2 \frac{dL_b}{dx} + i_a i_b \frac{dL_{ab}}{dx} \quad (41.a)$$

La naturaleza de el sistema mecánico determina su ecuación de fuer

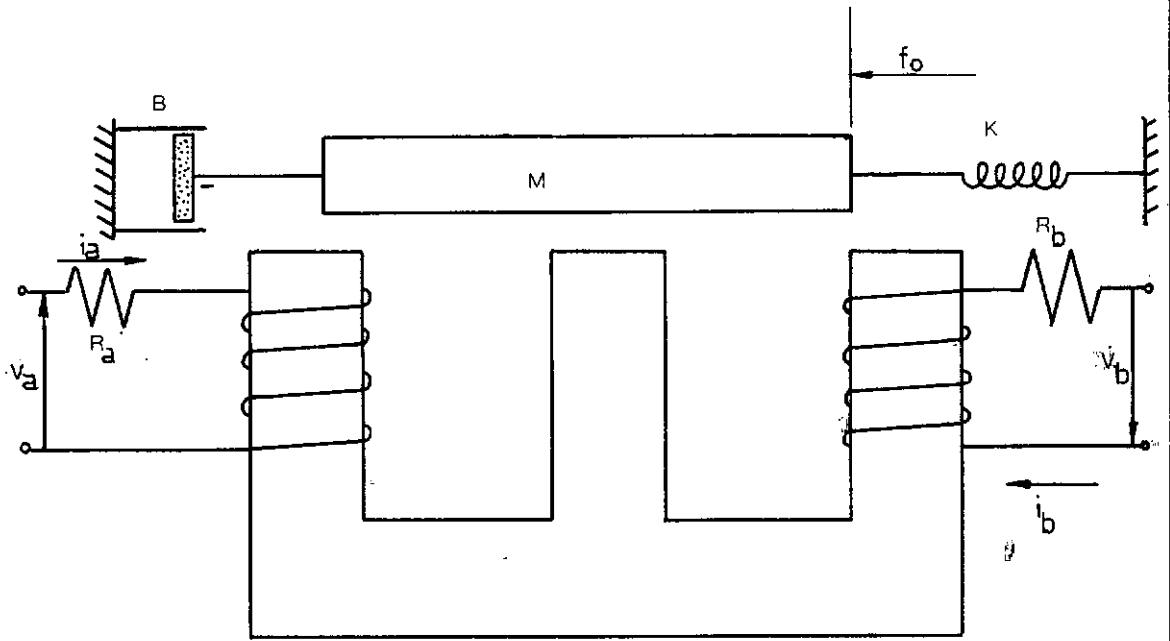


FIG N° 3. A

SISTEMA
ELECTROMECÁNICO
DOBLEMENTE
EXCITADO

za.

Si una armazón se mueve tal como la masa m mostrada en dicha figura y ella es restringida por un resorte y un amortiguador viscoso, el movimiento de la armazón puede ser descrito así:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + KX = f - f_0(t) \quad (42.a)$$

Donde:

B = Coeficiente de amortiguamiento viscoso

K = Constante de el resorte

$f_0(t)$ = Fuerza externa aplicada

APÉNDICE N° IICalibración y Uso del Osciloscópio

El calibrado y uso del osciloscópio utilizado para realizar las medidas decorrentes es propio del tipo y modelo a ser usado.

En nuestras medidas fué utilizado el siguiente:

MODEL LBO-505
DUAL TRACE/DUAL CHANNEL
OSCILLOSCOPE/VECTORSCOPE
LEADER ELECTRONICS CORP.

Las precauciones mas importantes que deben ser consideradas siempre son:

a) Verificar si está trabajando con el voltaje verdadero (ver pág. n° 2 del manual);

b) No aplicar un voltaje mayor ó igual a 600 Volts en la entrada vertical de cualquiera de los canales (ver pág. n° 5 del manual);

c) La intensidad debe de ser mantenida al mínimo del nivel necesario (ver pág. n° 5 del manual);

d) Los impulsos del trazo horizontal ó bien la inclinación, pueden ser eliminados cambiando el aparato de lugar ó inclinando la escala por medio de una perilla que se encuantra en

la parte inferior de la pantalla, hasta que los trazos sean paralelos con la escala (ver pág. nº 5 del manual);

e) Operación en un campo magnético potente

Operaciones en campos magnéticos potentes pueden causar distorsión de formas de onda y provocar también trazos de impulso excesivos.

Para realizar las medidas, todas y cada una de las precauciones anteriores fueran consideradas e incluso ya que el excitador está provisto de un imán fué necesario mantener relativamente alejado el osciloscópio de dicho excitador porque se pudo comprobar que con la cercanía, las medidas (trazos en la pantalla) se veían alteradas constantemente.

El LBO-505 es diferente de osciloscópios convencionales, debido a que la señal es obtenida por la señal de entrada y además porque controla el circuito generador de señales de barradura.

La sincronización de los pulsos inician el circuito de barradura y proyecta líneas brillantes o trazos sobre la tela.

Si son deseados trazos, para ser mostrado en forma constante, sobre la tela como con un osciloscópio convencional, posicionar la tecla nº 16 en la posición alto por medio de una rotación ante-horario hasta que se escuche "Click".

Como segundo paso sería empujar hacia adentro tecla nº 36 ó nº 41 dependiendo de cual canal se está usando (la tecla nº 36 es para canal nº 1 e la tecla nº 41 para el canal nº 2).

El tercer paso consistiría en observar que las teclas nº 11, nº 13, nº 14 y nº 20 estén posicionadas hacia afuera (no introducida ninguna de ellas).

Cuarto paso, consiste en introducir tecla nº 33 (si se esta utilizando canal nº 1) y tecla nº 34 hacia fuera (si se esta utilizando canal nº 2).

Ahora bien, si el canal nº 2 es el que se desea utilizar ó calibrar el procedimiento se invierte; o sea tecla nº 33 afuera y tecla nº 34 hacia adentro.

Como quinto paso estaría, colocar teclas nº 26 y nº 27 en la posición AC.

Como paso nº 6 podría ser interpretado así: Colocar extremo rojo de un cable axial en tecla nº 9 y extremo negro (tierra) en tecla nº 10. Siendo ambos extremos lagartijas de un mismo cable.

El otro extremo ó punta del cable será ligado a tecla ó terminal nº 29 ó nº 22 (dependiendo por supuesto del canal que va ser utilizado, tecla ó terminal nº 29 es para canal nº 1 y terminal nº 22 es para canal nº 2).

Como septimo paso, sería fijar la tecla nº 31 ó tecla nº 23 (tecla nº 31 para canal nº 1 y tecla nº 23 para canal nº 2) en la posición CAL'D, rotando a favor de las manecillas del reloj hasta que suene Click.

Como octavo paso consistiría en colocar la tecla nº 32 ó tecla nº 25 (canal nº 1 con tecla nº 32 y canal nº 2 con tecla nº 25) en la posición 0.1 V/cm.

Como noveno paso sería conectar el osciloscópio a la fuente (ligarle energía), encender el Switch (tecla nº 7) y verificar que esten encendidas tres lámparas, siendo así: lámparas nº 6, nº 15 y nº 30 (para canal nº 1) y lámparas nº 6, nº 15 y nº 21 (si es el canal nº 2 el que se está utilizando).

Después de aproximadamente 10 segundos un display aparecerá en la pantalla, siendo dicho display una onda cuadrada de amplitud igual a 5cm. Es necesario observar que de dicha onda cuadrada solo se observarán los trazos horizontales, ya que si bien es cierto es posible ver los trazos verticales, esto solo se consigue aumentando la intensidad (osea moviendo a favor de las manecillas del reloj la tecla nº 4, pero que según las precauciones su uso, no es recomendable que sea excesiva).

Como décimo y ultimo paso sería ajustar ó regular dicha onda.

Se puede ajustar para efecto de luminosidad con las teclas nº 4, nº 5 y nº 8; y para efectos de amplitud (ya que

debe satisfacer 5cm) se ajusta en tecla n° 35 ó tecla n° 42, dependiendo del canal que se está usando, siendo que la tecla n° 35 es para canal n° 1 y la tecla n° 42 para canal n° 2.

Dicho ajuste en cualquiera de las dos teclas se efectúa por medio del tornillo incrustado, haciéndolo rotar de tal forma que después de tomar un nivel de referencia, la amplitud de la onda sea aproximadamente 5cm.

Para efecto de observación en el eje horizontal (desplazamiento de la onda) se hace uso de la tecla n° 19.

Y por último para poder observar cambios de período (ó frecuencia), se hace uso de tecla n° 18.

Descripción de Tecla

Número de Tecla

INTEN (ajuste de intensidad)	= 4
FOCUS (ajuste de foco)	= 5
PILOT LAMP (lámpara piloto)	= 6
PWR ON (switch proveedor de potencia)	= 7
SCALE ILLUM (Iluminación de la escala)	= 8
CAL 0.5 Vp-p (Calibración de onda)	= 9
(terminal de tierra)	= 10
TRIG. SOURCE (Sincronización de la señal)	= 11
TRIG. MODE	= 13
TRIG. SLOPE	= 14
TRIG. D LAMP	= 15
TRIG. LEVEL	= 16

VARIABLE	= 17
TIME/CM	= 18
\longleftrightarrow	= 19
MAGNIFIER	= 20
CH-2 LAMP	= 21
IN	= 22
VARIABLE	= 23
GROUND TERMINAL	= 24
VOLTS/cm	= 25
AC-DC-GND	= 26
AC-DC-GND	= 27
CH-1 IDENTIFY	= 28
IN	= 29
CH-1 LAMP	= 30
VARIABLE	= 31
VOLTS/cm	= 32
TRIG. SWITCH	= 33
CH-2 POL	= 34
\updownarrow	= 35
CH-1	= 36
ALT	= 37
CHOP	= 38
ADD	= 39
VECTOR	= 40
CH-2	= 41
\updownarrow	= 42

Medida de Voltaje

La escala rayada es provista de dos numeraciones: cada cuadrado tiene por lado el valor de 1cm. y la distancia entre raya y raya (rayas pequeñas) es de 0.2cm.

Cuando la variable vertical (botón rojo), ya sea tecla nº 31 ó tecla nº 23 (dependiendo del canal que se esté usando) es rotada toda a favor de las agujas del reloj hasta que el "Click" es escuchado, la posición CAL'D es alcanzada.

El valor indicado en el Volts/cm representa el valor del voltaje/cm del display ó de la forma de onda (valor de pico ó valor DC) y puede ser leído directamente de la escala.

Ejemplo:

Supongamos que se usa canal nº 1 y que después que la tecla nº 31 está en la posición CAL'D, es observado en la pantalla una amplitud de 3cm.

Si nosotros tenemos en tecla nº 32 un valor de .2 V/cm implica que el voltaje leído será:

$$V = .2 \text{ Volt/cm} \times 3\text{cm} = 0,6 \text{ Volts}$$

Voltaje (AC)

El voltaje AC es la porción de variable que per

manece después que la componente DC es eliminada.

Dicho voltaje puede ser medido y calculado así:

$$V = (\text{amplitud observada sobre la pantalla}) \times (\text{lectura sobre la variable vertical, ó sea lo leído en tecla nº 32 ó tecla nº 25}).$$

Ejemplo:

$$V = 4\text{cm} \times 0.05 \text{ V/cm} = 0.2\text{V (pico-pico)}$$

Ahora bien, si la forma de onda de entrada es una onda senoidal, la medida de voltaje (p-p) puede ser convertida para voltaje efectivo (r.m.s.).

Las siguientes relaciones existen entre el voltaje efectivo y el voltaje de pico a pico.

$$\text{Voltaje (r.m.s.)} \times 2\sqrt{2} = \text{Voltaje (pico-pico)}$$

Donde:

$$2\sqrt{2} = 2.828$$

Ejemplo:

Convertir 0.2 Volts (p-p) a Volts (r.m.s.)

$$\text{Voltaje (r.m.s.)} = \frac{0.2}{2\sqrt{2}} = 0.0707 \text{ Volts} = 70.7 \text{ milivolts (r.m.s.)}$$

Voltaje (D.C.)

El voltaje (D.C.) se mide observando la distancia y la dirección de el movimiento de la posición vertical.

Una mudanza ascendente de la línea (trazo) representa (+) y una mudanza descendente (-).

Ejemplo:

Supongamos que usemos canal n° 1 y que en la tecla n° 32 tenemos : 2 V/cm.

Supongamos que en la tecla n° 18 leemos: 0.1 ms/cm

Además TRIG-LEVEL (tecla n° 16) debe estar en la posición auto.

Procedimiento n° 2

Colocar tecla n° 27 en posición DC

Procedimiento n° 1

Colocar tecla n° 27 en posición GND

Ajustar para una posición propia y tomar nota

de la posición. Esta posición representa 0 Volts.

Es ascenso de la línea con respecto al punto de referencia tomado representa polaridad positiva.

El valor es obtenido de la misma manera que para voltaje (AC).

Si por ejemplo, la línea sube 3cm, el voltaje (DC) sería:

$$\text{Voltaje (D.C.)} = + 2 \text{ V/cm} \times 3\text{cm} = + 6\text{V}$$

Uso de el Doble Trazo

Para usar el doble trazo es necesario probar si está saliendo canal n° 1 (su gráfica) por medio del apriete de tecla n° 36, luego hacer los respectivos regulamientos con teclas n° 19 y n° 35.

Hacer lo mismo con canal n° 2, apretando tecla n° 41 y luego regular con teclas n° 19 y n° 42.

Tomar nota de las escalas utilizadas en ambos canales (con esto nos referimos a las escalas verticales, ya que la escala horizontal es común a ambos).

Como paso siguiente consiste en apretar la tecla n° 38 (CHOPP) donde aparecerán simultaneamente ambas gráficas,

correspondientes a canalnº 1 y nº 2. Regularlas con las perillas correspondientes y para conservar el orden de colocación de los canales con relación al panel del osciloscópio, poner ó dislocar gráfica correspondiente al canalnº 1 sobre la del canalnº 2, esto es: (gráfica de canalnº 1 dispuesta encima de la de canalnº 2).

En la realización de las medidas es preciso tener en cuenta además:

- 1) Trabajar con limpieza
- 2) Calibrar ambos canales y por separado
- 3) Luego que el aparato está calibrado dejarlo que se estabilize por un periodo mas ó menos de 20 minutos y luego comenzar a realizar las mediciones.

APÉNDICE N° IIIAparatos Utilizados

a) Multímetro Digital

Marca : PRECISION

Modelo: 134

Americano

b) Fuente Regulable

Marca : LABO

Modelo: FR 3015

Brasileño

c) Osciloscópio

Marca : LEADER

Modelo: LBO-505

Americano

d) Generador de Frecuencias

Marca : LEADER

Modelo: LAG-120

Americano

e) Osciloscópio

Marca : TEKTRONIX

Modelo: 121 N

Tipo : 564 B

Americano

f) Reloj Comparador com Base Magnética

Marca : MITUTOYO

Nº 2046

Brasileño

g) Balanza de Presición

Marca: METTLER P3

h) Balanza

Marca: PROBAT

i) Amplificador

Construido en la COPPE

Brasileño